

Econofísica:

*O modelo predador-presa e o
mercado de trabalho*

*. Modelagem computacional em
reservatórios de óleo*

. Novas propostas em macroengenharia

*Baía de Guanabara limpa:
Todos por ela em 2023!*

índice

ARTIGOS ORIGINAIS

SOBRE A UTILIZAÇÃO DE UMA INVERSÃO NUMÉRICA PARA A DETERMINAÇÃO DA PRESSÃO EM UM RESERVATÓRIO COMPARTIMENTADO DE ÓLEO

Evandro de Farias Vogas, Grazione de Souza, Helio Pedro Amaral Souto 1-15

LANDSCAPE RESTORATION AT DEATH VALLEY, CALIFORNIA, USA: MACRO-IMAGINEERING INDUSTRIAL “PLEISTOCENE” LANDSCAPE

Richard Brook Cathcart, Charles W. Finkl, Nilo Silvio Costa Serpa 16-25

ADVANCED PREDATOR-PREY MODELLING FOR WORK AND EMPLOYMENT SCENARIOS: BRAZIL IN FOCUS

Nilo Silvio Costa Serpa, José Roberto Steiner 26-44



Sobre a Utilização de uma Inversão Numérica para a Determinação da Pressão em um Reservatório Compartimentado de Óleo

Evandro de Farias Vogas

Engenharia Mecânica, Instituto Politécnico, UERJ, Brasil.

Grazione de Souza

Departamento de Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, UERJ, Brasil.

Helio Pedro Amaral Souto

Departamento de Modelagem Computacional, Instituto Politécnico, UERJ, Brasil.

Abstract: Oil reservoirs are underground rock formations that store hydrocarbons before production begins. In general, reservoirs are heterogeneous. This fact, among others, makes it difficult to obtain analytical solutions to the partial differential equations that govern the flow in the reservoir. However, in some cases, there are analytical solutions even for heterogeneous porous media, such as compartmentalized reservoirs. In these structures, there are bounded regions with different rock properties, such as absolute permeability. In this work, we implemented one of these solutions, following the developments of Carter (1966) [7], using Laplace transform and applying other types of approximations for modified Bessel functions. We also used the Stehfest algorithm to obtain the solution in the time domain, and we performed a sensitivity analysis changing different parameters and properties associated with the flow and the geometry of the compartmentalized reservoir.

Keywords: analytical solution, compartmentalized reservoir, Laplace transform, Stehfest's algorithm.

Corresponding author: Helio Pedro Amaral Souto, helio@iprj.uerj.br

Received: 16 Oct 2022 / Accepted: 20 Oct 2022 / Published: 06 Nov 2022.

1.1 Produção de petróleo e reservatórios compartimentados

1 Introdução

A produção de petróleo no mundo depende, apesar das características específicas de cada local, da existência de três elementos básicos: reservatório, poço e instalações de superfície [14]. Os reservatórios são as formações rochosas subterrâneas, nas quais os hidrocarbonetos encontram-se armazenados. Essas formações podem apresentar, em geral, variações espaciais em termos das propriedades da rocha, as quais influenciam sobremaneira na produção de óleo e gás. Neste contexto, um dos casos de interesse da indústria do petróleo é a produção a partir de reservatórios compartimentados.

O petróleo, fonte de energia relevante na matriz energética mundial, tem origem no processo de transformação da matéria orgânica que foi acumulada nas rochas sedimentares. Portanto, existe uma rocha, denominada geradora, rica em matéria orgânica, que em algum momento no passado foi submetida a condições de pressão e temperatura elevadas. Após a sua geração, os hidrocarbonetos, na forma de fluidos, migram até alcançar as estruturas que permitem a sua acumulação e aprisionamento. Eles ocorrem nas rochas reservatórios, em contraposição à rocha selante (impermeável), por exemplo, que faz fronteira com o reservatório, através da qual não há movimentação de fluido. O processo de migração depende da variação da pressão na rocha geradora e ocorre, geralmente, através de falhas geológicas [15].

O petróleo é um recurso natural não renovável, de extrema importância para as atividades humanas em de-

corrência do atual modo de vida em sociedade. Em função das bem conhecidas desigualdades existentes no planeta, houve ao longo dos séculos XX e XXI disputas geopolíticas devido à sua importância energética estratégica. A sua disponibilidade esteve e está diretamente relacionada ao crescimento e ao desenvolvimento econômico de vários países. Deve-se destacar que além de ser uma fonte de energia, o petróleo também é um insumo para a indústria petroquímica, sendo utilizado em diversos tipos de processos industriais e produtos [41]. O cenário de dependência do petróleo, atrelado aos problemas ambientais advindos da sua exploração e consumo, tem levado a esforços para a ampliação da utilização de fontes renováveis e, na indústria petrolífera, ao uso do gás natural. No entanto, o papel do óleo combustível ainda apresenta uma importância considerável no momento atual.

De fato, devido à sua necessidade como fonte de energia e insumo, diversas áreas de pesquisa & desenvolvimento têm sido integradas em um esforço conjunto para aumentar a exploração e a produção das reservas existentes. Neste sentido, a engenharia de reservatórios é o ramo da indústria de petróleo e gás que tem como objetivo otimizar o planejamento do desenvolvimento de campos de hidrocarbonetos, buscando alcançar uma maior produtividade que seja economicamente viável [18]. Para tanto, modelos que descrevam o escoamento em meios porosos são fundamentais para a previsão do comportamento dos fluidos no interior dos reservatórios [9]. Eles podem ser experimentais, analíticos ou numéricos [17]. No caso dos modelos analíticos e numéricos, em geral, em alguma etapa da modelagem, deve-se lidar com um conjunto de equações diferenciais parciais (EDPs) que governam o escoamento dos fluidos nos reservatórios. Elas incorporam os fenômenos físicos oriundos dos efeitos viscosos, difusivos, térmicos e de compressibilidade [30].

No caso de modelos analíticos, hipóteses simplificadoras são adotadas devido ao fato de as EDPs, presentes nos modelos, serem tipicamente não lineares [12, 13, 25]. No entanto, esforços têm sido realizados, ao longo do tempo, para que novas soluções sejam obtidas através de técnicas analíticas ou semi-analíticas [16, 29, 40, 44], até mesmo para certos problemas não-lineares [1, 26, 38, 43]. As soluções analíticas para modelos de escoamento em reservatórios de petróleo são utilizadas, por exemplo, no entendimento da dinâmica dos efeitos advindos das mudanças de parâmetros físicos, na verificação de resultados de simuladores numéricos, para casos simplificados, e na área da análise de testes de pressão em poços.

Na realização de um teste de pressão [4, 23, 45], os poços produzem, por exemplo, a uma vazão constante, em condições de superfície, e registra-se a pressão no poço por meio de um equipamento denominado registrador de pressão, em função do tempo de produção transcorrido. Estes testes podem ser de diferentes tipos [4] e pode-se citar, por exemplo, aquele que envolve o registro da pressão durante a produção (fluxo, sendo usado na indústria o termo *drawdown*) e no período seguinte ao fechamento do poço (estática, comumente chamado de *buildup*). De posse dos dados da variação da pressão

em função do tempo, de um modelo para o escoamento (analítico, semi-analítico ou numérico) e de parte dos parâmetros do modelo, a partir de uma técnica de solução de problemas inversos é possível se estimar alguma propriedade não previamente conhecida. Portanto, via os testes de pressão, é possível se determinar, por exemplo, a presença de heterogeneidades [16, 24, 39] e a compartimentação dos reservatórios [22, 31, 32].

Quando o fluxo no interior do reservatório é impedido devido à existência de barreiras, ocorre um fenômeno de segregação e o consequente acúmulo de petróleo em vários compartimentos individuais, os quais podem ter diferentes propriedades de rocha. Elas são causadas por fatores geológicos e levam à retenção do petróleo. Chama-se de selos estáticos quando a região encontra-se completamente selada e de selos dinâmicos quando elas são apenas defletoras do escoamento reduzindo, assim, o fluxo mássico dos hidrocarbonetos. Assim, a compartimentação do reservatório produz um impacto nos volumes de óleo e/ou gás que podem ser produzidos em dado período. Em alguns casos, a produção pode vir a ser restringida. Na Figura 1 apresenta-se uma ilustração esquemática de um reservatório compartimentado. Uma introdução aos reservatórios compartimentados pode ser encontrada na referência [22].

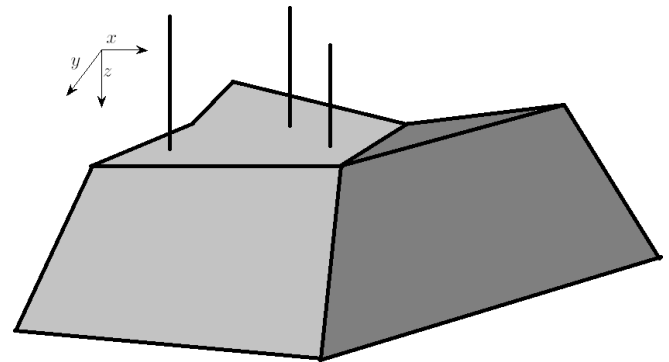


Figura 1: Reservatório com duas regiões compartimentadas. As linhas pretas verticais representam as localizações dos poços produtores. Fonte: os autores.

Estudos sobre o escoamento em reservatórios compartimentados já vêm sendo realizados há algumas décadas. Por exemplo, Carter (1966) [7] desenvolveu uma solução analítica para o caso do escoamento em um reservatório compartimentado cilíndrico. A solução é obtida mediante o uso de variáveis adimensionais, da transformada de Laplace e da avaliação das funções modificadas de Bessel por meio de polinômios. Aproximações são utilizadas na determinação da transformada inversa, de modo a se obter a solução no domínio real. Os resultados são apresentados na forma de curvas de pressão no poço e no reservatório em função do tempo de produção.

Por outro lado, Smalley et al. (2010) [34] mostraram o impacto da compartimentalização do reservatório na recuperação do petróleo, destacando a importância de se identificar a sua extensão a partir do uso de soluções analíticas. Os autores também levantaram a questão da

existência de escalas de tempo diversas para que ocorra o equilíbrio das condições de pressão e composição reinantes nos reservatórios. O objetivo deles foi o de determinar quais propriedades que poderiam auxiliar na identificação da compartimentação.

O estudo da geoquímica dos reservatórios parece, de fato, ser uma disciplina fundamental na discussão da compartimentação dos reservatórios. Chuparova et al. (2010) [8] descreveram como a integração da geoquímica orgânica com os dados sísmicos 4D pode ser usada para melhorar a compreensão da “comunicação” dos fluidos dentro de reservatórios de petróleo. Segundo os autores, a análise estatística, da evolução das composições dos fluidos em função do tempo, fornece evidências sobre a mistura gradual de óleo e de condensado entre duas unidades do reservatório, as quais esperava-se estarem separadas antes do início da produção. Os resultados das análises forneceram as bases para o aprimoramento da estratégia de produção. Shukairi (2019) [33], também com o uso da geoquímica, apresentou dados geoquímicos de vinte amostras de óleo que foram utilizados para investigar a compartimentação horizontal e vertical do Campo Jawdah, localizado no sul de Omã. Os dados destinavam-se a identificar as causas da segmentação dos reservatórios.

Um modelo analítico, para o estudo do desempenho de reservatórios compartimentados, também foi desenvolvido por Shahamat et al. (2014) [32]. Ele foi utilizado para analisar a produção em reservatórios não-convencionais, considerando a existência de fraturas e de poços horizontais, de forma a poder estimar a existência do volume estimulado de um dado reservatório. De acordo com os autores, o modelo também pode ser aplicado na análise de reservatórios convencionais compartimentados e o estudo forneceu uma nova visão sobre a utilização de dados de produção nesses reservatórios.

Em contrapartida, Sun et al. (2020) [36] utilizaram um modelo matemático, para um reservatório compartimentado cilíndrico, na avaliação de testes de poço, levando em conta que nos processos de recuperação de óleo os limites físicos entre os compartimentos, no modelo de escoamento, podem ser funções do tempo. Assim, eles empregaram soluções analíticas para a determinação da pressão, em um reservatório contendo fronteiras móveis delimitando os compartimentos, considerando o efeito da estocagem de poço e do dano à formação. Além disso, foram estudadas as características do regime transiente de pressão no reservatório e a influência de parâmetros tais como a posição inicial da fronteira entre os compartimentos e a velocidade de deslocamento da fronteira móvel. Tal como Carter (1966) [7], uma solução analítica para o cálculo da pressão foi obtida utilizando variáveis adimensionais, a transformada de Laplace e a avaliação de funções modificadas de Bessel. No entanto, a inversão da transformada de Laplace, para o domínio real, é feita numericamente [20, 35].

2 Escoamento isotérmico monofásico em meios porosos

Trata-se, agora, da modelagem do escoamento isotérmico monofásico em um meio poroso. Inicialmente, faz-se uma breve introdução da lei de Darcy, que é a equação mais utilizada para expressar o balanço da quantidade de movimento no escoamento em meios porosos. Em seguida, foca-se no balanço de massa e no seu uso conjunto com a lei de Darcy. Por fim, obtém-se a equação diferencial parcial governante em coordenadas cilíndricas, em termos da pressão, para o escoamento de um óleo ligeiramente compressível.

2.1 A lei de Darcy

Comumente, a conservação da quantidade de movimento no escoamento em meio poroso é verificada se a velocidade superficial é dada pela lei empírica proposta, em 1856, pelo engenheiro Henry Darcy [11]. Atualmente conhecida como a lei de Darcy, ela foi obtida, de forma pioneira, por meio de experimentos de transporte de água em filtros de areia. Sendo assim, foi possível concluir que a vazão no meio poroso depende da variação de pressão, do comprimento do meio poroso e das características do sistema fluido/meio poroso. Mais tarde, essa lei pôde ser deduzida teoricamente. Por exemplo, reporte-se ao trabalho de Whitaker (1999) [42].

No caso monofásico, a lei de Darcy clássica, na sua forma diferencial [2] é dada por

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu}(\nabla p - \rho g \nabla Z), \quad (1)$$

onde $\mathbf{v}$ é a velocidade superficial, $\mathbf{k}$ é o tensor de permeabilidade absoluta do meio poroso, μ é a viscosidade do fluido, p é a pressão, ρ é a massa específica do fluido, g é a magnitude da aceleração da gravidade e Z é a profundidade.

A lei de Darcy clássica é estritamente válida sob as seguintes hipóteses [17]:

1. fluido homogêneo e newtoniano, escoamento laminar e monofásico;
2. permeabilidade independente da pressão, da temperatura e do fluido;
3. ausência de reações químicas entre a rocha e o fluido;
4. ausência de escorregamento (efeito Klinkenberg);
5. ausência de efeitos eletrocinéticos.

2.2 Balanço de massa

A partir da conservação de massa é possível se obter, para o escoamento monofásico em meio poroso [17],

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) - q_m = 0, \quad (2)$$

onde $\phi = V_p/V_b$ é a porosidade efetiva, V_p é o volume poroso dos poros interconectados, V_b é o volume total e q_m representa um termo de fonte/sorvedouro (massa por unidade de tempo por unidade de volume).

2.3 Equação governante do escoamento

De forma a se obter uma EDP cuja variável dependente é a pressão, no caso do escoamento isotérmico monofásico em meio poroso, a lei de Darcy é utilizada em conjunto com a conservação de massa. Nesse processo, como o fluido e a rocha são ligeiramente compressíveis, faz-se necessário introduzir as compressibilidades. A compressibilidade da rocha, c_ϕ , é dada por

$$c_\phi = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \quad (3)$$

de forma que, para uma compressibilidade pequena e constante, tem-se que a rocha é ligeiramente compressível e, segundo [17], é possível utilizar

$$\phi = \phi^0 [1 + c_\phi(p - p^0)], \quad (4)$$

onde ϕ^0 é a porosidade de referência medida na pressão de referência p^0 .

Por sua vez, a compressibilidade isotérmica do fluido, c , é dada por [30]

$$c = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \Big|_T = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \Big|_T \quad (5)$$

onde T é a temperatura e V é o volume específico que a fase ocupa na pressão e na temperatura do reservatório. Quando a massa específica varia linearmente com a pressão tem-se um fluido ligeiramente compressível, que é o caso do óleo aqui considerado [30].

A indústria do petróleo utiliza o Fator-Volume-Formação (FVF) para converter o volume, na pressão e na temperatura do reservatório, no volume correspondente nas condições de superfície, ou seja, nas condições padrão de pressão, p_{sc} , e de temperatura, T_{sc} [10]. Então, o FVF é o volume que a fase ocupa na pressão e na temperatura do reservatório dividido pelo volume que a mesma ocupa em condições padrão, V_{sc} ,

$$B = \frac{V}{V_{sc}} = \frac{\rho_{sc}}{\rho} \quad (6)$$

onde ρ_{sc} é a massa específica em condições padrão.

Para um óleo ligeiramente compressível [17],

$$B = \frac{B^0}{1 + c(p - p^0)}, \quad (7)$$

onde B^0 é o FVF de referência medido na pressão de referência p^0 .

Portanto, a partir da combinação da Lei de Darcy clássica e da equação da continuidade, obtém-se uma equação de transporte para a fase óleo que, após ser resolvida, torna possível a determinação da distribuição de

pressão no meio poroso. Assim, substituindo-se a Eq. (1) na Eq. (2),

$$\nabla \cdot \left[\frac{\rho}{\mu} \mathbf{k} (\nabla p - \gamma \nabla Z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) - q_m. \quad (8)$$

Agora, como $\rho = \rho_{sc}/B$ e o termo fonte pode ser reescrito como $q_{sc} = q_m/\rho_{sc}$, da Eq. (8) obtém-se, após divisão por ρ_{sc} [19],

$$\nabla \cdot \left[\frac{\mathbf{k}}{\mu B} (\nabla p - \gamma \nabla Z) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) - q_{sc}, \quad (9)$$

e, caso sejam desconsiderados os efeitos gravitacionais,

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k} \nabla p}{\mu B} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) - q_{sc}. \quad (10)$$

Por outro lado, do termo de acúmulo, considerando-se que $\phi = \phi(p)$ e $B = B(p)$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) &= \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{B} \right) + \frac{1}{B} \frac{\partial \phi}{\partial t} \\ &= \phi \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{d\phi}{dp} \frac{\partial p}{\partial t} \\ &= \left[\phi \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B} \right) + \frac{1}{B} \frac{d\phi}{dp} \right] \frac{\partial p}{\partial t}. \end{aligned} \quad (11)$$

Da Eq. (11) e utilizando-se as relações (4) e (7), pode-se reescrever a Eq. (10) na forma

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{k} \nabla p}{\mu B} \right) = \left(\frac{\phi c}{B^0} + \frac{\phi^0 c_\phi}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (12)$$

e, para um escoamento unidimensional na direção do eixo x , sem a presença de termo fonte,

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \left(\frac{\phi c}{B^0} + \frac{\phi^0 c_\phi}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (13)$$

onde considerou-se que a permeabilidade é constante e isotrópica, em cada região compartimentada, e que a viscosidade do fluido não varia. Além disso,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{B} \frac{\partial p}{\partial x} \right) &= \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{B} \right) \\ &= \frac{1}{B} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \left(\frac{c}{B^0} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \end{aligned} \quad (14)$$

e, como a compressibilidade do fluido é pequena, despreza-se o termo quadrático [30] e substitui-se a Eq. (14) na Eq. (13),

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\mu B}{k} \left(\frac{\phi c}{B^0} + \frac{\phi^0 c_\phi}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (15)$$

Em seguida, a partir das equações fornecidas para a determinação da porosidade e do FVF em função da pressão, Eqs. (4) e (7), reescreve-se a Eq. (14) na forma

$$\frac{\mu B}{k} \left(\frac{\phi c}{B^0} + \frac{\phi^0 c_\phi}{B} \right) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\mu \phi}{k} \left\{ \frac{c}{[1 + c(p - p^o)]} \right\} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mu \phi}{k} \left\{ \frac{c_\phi}{[1 + c_\phi(p - p^o)]} \right\} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (16)$$

e assume-se que os valores de $c(p - p^o)$ e $c_\phi(p - p^o)$ não são elevados [30] e introduz-se a compressibilidade total $c_T = (c + c_\phi)$. Por último, substituindo-se a Eq. (16) na Eq. (15) obtém-se

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \left(\frac{\mu \phi c_T}{k} \right) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (17)$$

Neste trabalho, a solução analítica empregada é obtida baseada na hipótese de que o reservatório é cilíndrico e o escoamento unidimensional se dá na direção radial [27]. Assim sendo, a equação governante, Eq. (17), é escrita em termos da coordenada radial

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (18)$$

onde η é dado por

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_T}. \quad (19)$$

Para que o problema descrito pela Eq. (19) seja bem posto, necessita-se fornecer ainda as condições inicial e de contorno. Em se tratando da primeira, para um instante de tempo inicial arbitrário t_0 , ela é dada por

$$p(r, t_0) = p_i, \quad (20)$$

onde p_i é a pressão inicial reinante no reservatório.

A especificação de diferentes combinações de condições de contorno leva a diferentes modelos de escoamento. Uma condição de pressão é prescrita em r igual ao raio do poço, $r = r_w$. Por outro lado, nas fronteiras externas, uma condição de contorno do tipo Dirichlet implica uma pressão prescrita na fronteira. Esse tipo de condição de contorno ocorre em reservatórios constantemente alimentados por um forte influxo devido à existência de um aquífero, de forma que a pressão na fronteira entre o reservatório e o aquífero possa ser considerada constante [17]. Quando prescreve-se o fluxo mássico através das fronteiras do reservatório, tem-se uma condição do tipo Neumann. Caso ele seja nulo, tem-se que as fronteiras são impermeáveis, ou seja, não há passagem de fluido através delas, de forma que o gradiente de pressão também deve ser imposto como sendo nulo [17]. A especificação de um fluxo normal à fronteira corresponde à prescrição de um gradiente de pressão normal à fronteira.

3 Determinação da pressão em um reservatório compartimentado

Esta seção é dedicada à modelagem do escoamento e à obtenção da solução analítica. Na Seção 3.1, baseando-se

no conteúdo apresentado por Carter (1966) [7], descreve-se o modelo para o escoamento em um reservatório compartimentado cilíndrico, contendo zonas concêntricas com diferentes permeabilidades absolutas. Em seguida, na Seção 3.2, aborda-se a estratégia de obtenção da solução, fundamentada nas contribuições de Cariello (2019) [6], utilizando uma inversão numérica da transformada de Laplace, via o Algoritmo de Stehfest, e uma avaliação polinomial para as funções modificadas de Bessel.

3.1 Solução analítica para o cálculo da pressão em um reservatório compartimentado

A Figura 2 ilustra, esquematicamente, um reservatório compartimentado formado por duas regiões concêntricas, descritas como Zonas 1 e 2, que possuem permeabilidades absolutas k_1 e k_2 , respectivamente. A configuração é a mesma que a adotada por Carter (1966) [7]. O modelo apoia-se na hipótese da fonte sendo representada por uma linha, na qual o raio do poço é considerado muito menor do que o raio externo do reservatório. Ainda na figura, as Zonas 1 e 2, respectivamente, são delimitadas pelos raios r_1 e r_2 . O reservatório possui uma fronteira interna em contato com o poço produtor, $r = r_w$, e uma fronteira externa em $r = r_2$, impermeável ao escoamento.

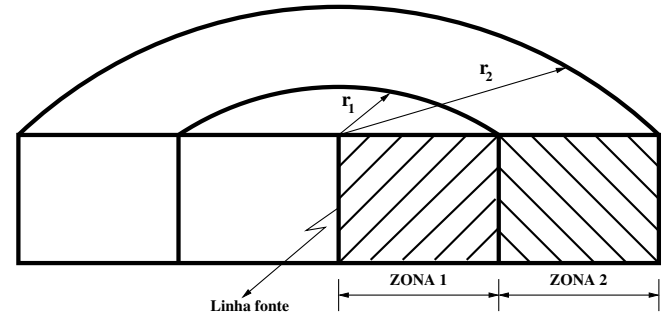


Figura 2: Reservatório compartimentado. Fonte: os autores.

Para um raio r qualquer, tal que $r_w \leq r \leq r_2$, introduz-se uma adimensionalização para a coordenada radial na forma

$$r_D = \frac{r}{r_2} \quad (21)$$

e, analogamente, para a fronteira entre os dois compartimentos,

$$r_{D1} = \frac{r_1}{r_2} \quad (22)$$

enquanto que para o raio externo,

$$r_{D2} = \frac{r_2}{r_2} = 1. \quad (23)$$

Na busca pela determinação das pressões nos compartimentos, Carter (1966) [7] definiu a variável

$$F_k = \frac{k_1}{k_2} \quad (24)$$

que representa o contraste entre os valores das permeabilidades nos dois compartimentos.

Ao invés de se determinar a pressão no reservatório propriamente dita, busca-se avaliar a sua diferença de pressão em relação à pressão inicial, estratégia muito utilizada na engenharia de reservatórios [27, 30],

$$\Delta p(r, t) = p_i - p(r, t). \quad (25)$$

ou ainda, nas suas formas adimensionais [7],

$$\Delta p_{D1}(r_D, t_D) = \left(\frac{2\pi k_1 h}{q\mu B} \right) \Delta p_1(r, t) \quad (26)$$

e

$$\Delta p_{D2}(r_D, t_D) = \left(\frac{2\pi k_1 h}{q\mu B} \right) \Delta p_2(r, t) \quad (27)$$

respectivamente para os Compartimentos 1 e 2, onde h é a espessura do reservatório, q é o termo de fonte superficial que fornece a vazão através da fronteira entre o poço e o reservatório e, por sua vez, o tempo adimensional é definido por [7]

$$t_D = \left(\frac{k_1}{\phi \mu c r_2^2} \right) t. \quad (28)$$

Portanto, para o problema em questão, as equações que governam o escoamento nas Zonas 1 e 2 são [7]

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial}{\partial r_D} \Delta p_{D1} \right) = \frac{\partial}{\partial t_D} \Delta p_{D1}, \quad (29)$$

para $0 < r_D \leq r_{D1}$ e, para $r_{D1} \leq r_D \leq 1$,

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \frac{\partial}{\partial r_D} \Delta p_{D2} \right) = F_k \frac{\partial}{\partial t_D} \Delta p_{D2}. \quad (30)$$

As seguintes condições de contorno, em termos das variáveis adimensionais, são prescritas:

$$\lim_{r_D \rightarrow 0} \left(r_D \frac{\partial}{\partial r_D} \Delta p_{D1} \right) = -1, \quad (31)$$

para a produção em $r = r_w$,

$$\frac{\partial}{\partial r_D} \Delta p_{D1}(r_{D1}, t_D) = \frac{1}{F_k} \frac{\partial}{\partial r_D} \Delta p_{D2}(r_{D1}, t_D) \quad (32)$$

e

$$\Delta p_{D1}(r_{D1}, t_D) = \Delta p_{D2}(r_{D1}, t_D), \quad (33)$$

na interface comum aos compartimentos, e

$$\frac{\partial}{\partial r_D} \Delta p_{D2}(1, t_D) = 0 \quad (34)$$

para o raio externo do reservatório.

Como condição inicial, impõe-se

$$\Delta p_{D1}(r_D, 0) = \Delta p_{D2}(r_D, 0) = 0. \quad (35)$$

Segundo Carter (1966) [7], a solução geral para as diferenças de pressão, no domínio de Laplace (subscrito L), nas Zonas 1 e 2 são dadas por

$$\Delta p_{D1L}(r_D, s) = \frac{\mathcal{A}}{s} K_0(r_D \sqrt{s}) + \frac{\mathcal{B}}{s} I_0(r_D \sqrt{s}) \quad (36)$$

e

$$\Delta p_{D2L}(r_D, s) = \frac{\mathcal{C}}{s} K_0(r_D \sqrt{s F_k}) + \frac{\mathcal{D}}{s} I_0(r_D \sqrt{s F_k}), \quad (37)$$

onde s é o parâmetro de frequência (um número complexo), $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ e $\mathcal{D}$ são constantes a serem determinadas e K_0 , K_1 , I_0 e I_1 representam as funções modificadas de Bessel [27, 28].

Da teoria apresentada em Ozkan (2008) [27], para o escoamento em um reservatório cilíndrico, sem compartimentos, a partir da aplicação da transformada de Laplace à equação governante (levando em conta a condição inicial), é possível escrever a EDP correspondente em termos da pressão no domínio de Laplace e ela assume a forma de uma equação modificada de Bessel. Sabe-se que tal equação possui uma solução geral dada por uma expressão similar às das Eqs. (36) e (37) [6, 27], na qual os coeficientes que multiplicam as funções modificadas de Bessel devem ser determinados mediante o uso das condições de contorno. Esse mesmo tipo de procedimento é aqui utilizado [7].

De acordo com Hurst (1960) [21], $\mathcal{A}$ deve ser igual a 1 em função da condição de produção adotada. Dessa forma, a partir das Eqs. (36) e (37) e das condições de contorno é possível escrever o sistema:

$$\begin{aligned} \mathcal{B} I_0(r_{D1} \sqrt{s}) - \mathcal{C} K_0(r_{D1} \sqrt{s F_k}) \\ + \mathcal{D} I_0(r_{D1} \sqrt{s F_k}) = -K_0(r_{D1} \sqrt{s}), \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B} I_1(r_{D1} \sqrt{s}) + \frac{\mathcal{C}}{\sqrt{F_k}} K_1(r_{D1} \sqrt{s F_k}) \\ - \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{F_k}} I_1(r_{D1} \sqrt{s F_k}) = K_1(r_{D1} \sqrt{s}) \end{aligned} \quad (39)$$

e

$$-\mathcal{C} K_1(\sqrt{s F_k}) + \mathcal{D} I_1(\sqrt{s F_k}) = 0 \quad (40)$$

que uma vez resolvido nos fornecerá os valores de $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ e $\mathcal{D}$.

Prosseguindo, uma vez conhecidos os valores das três constantes, soluções do sistema (38)–(40), é possível obter sequencialmente as diferenças de pressão para os Compartimentos 1 e 2 no domínio de Laplace,

$$\begin{aligned}
\Delta p_{D1L} &= \frac{K_0(r_D \sqrt{s})}{s} \frac{I_0(r_D \sqrt{s})}{s} \\
&\cdot \left\{ \left[\frac{-K_0(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{22}}{I_0(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{22} + I_1(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{11}} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{K_1(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{11}}{I_0(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{22} + I_1(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{11}} \right] \right\} \quad (41) \\
\Delta p_{D2L} &= \frac{1}{s} \left\{ \left[\frac{K_0(r_{D1} \sqrt{s}) I_1(r_{D1} \sqrt{s})}{I_0(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{22} + I_1(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{11}} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{K_1(r_{D1} \sqrt{s}) I_0(r_{D1} \sqrt{s})}{I_0(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{22} + I_1(r_{D1} \sqrt{s}) \Delta_{11}} \right] \right\} \Delta_{33} \quad (42)
\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
\Delta_{11} &= K_0(r_{D1} \sqrt{s F_k}) I_1(\sqrt{s F_k}) \\
&\quad + I_0(r_{D1} \sqrt{s F_k}) K_1(\sqrt{s F_k}) \quad (43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{22} &= \frac{1}{\sqrt{F_k}} \left[K_1(r_{D1} \sqrt{s F_k}) I_1(\sqrt{s F_k}) \right] \\
&\quad - \frac{1}{\sqrt{F_k}} \left[I_1(r_{D1} \sqrt{s F_k}) K_1(\sqrt{s F_k}) \right] \quad (44)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\Delta_{33} &= I_1(\sqrt{s F_k}) K_0(r_D \sqrt{s F_k}) \\
&\quad + K_1(\sqrt{s F_k}) I_0(r_D \sqrt{s F_k}). \quad (45)
\end{aligned}$$

Como as diferenças de pressão nas Zonas 1 e 2, no domínio real, são dadas por

$$\Delta p_1(r, t) = \frac{q\mu B}{2\pi k_1 h} \Delta p_{D1}(r_D, t_D) \quad (46)$$

e

$$\Delta p_2(r, t) = \frac{q\mu B}{2\pi k_1 h} \Delta p_{D2}(r_D, t_D), \quad (47)$$

precisa-se obter a transformada inversa, do domínio de Laplace para o domínio real, dos valores de Δp_{D1L} e Δp_{D2L} . Carter (1966) [7] usou séries de potência para realizar a inversão da transformada de Laplace e obter as diferenças no domínio real. Entretanto, aqui, optou-se por seguir a linha de trabalho proposta por Cariello (2019) [6] e Oliveira (2019) [26], que usaram uma técnica de inversão numérica.

3.2 Implementação computacional da solução analítica

As funções modificadas de Bessel $I_0(z)$, $I_1(z)$, $K_0(z)$ e $K_1(z)$, para $0 \leq z \leq 3$, são crescentes e decrescentes dependendo do argumento z . É evidente que o cálculo dos seus valores, nas Eqs. (41) e (42), é primordial que se possa chegar às diferenças de pressão nos compartimentos do reservatório. Conforme já mencionado, a avaliação das funções modificadas de Bessel foi feita com uso das rotinas desenvolvidas por Cariello (2019) [6]. Por sua vez, elas foram adaptadas por Vogas (2021) [37], tomando por base o material apresentado na referência [28], onde os códigos foram escritos utilizando o tipo float.

Segundo Cariello (2019) [6], em uma implementação idêntica à sugerida em [28], as funções modificadas de Bessel podem ser calculadas para valores máximos dos argumentos aproximadamente iguais a 95. Entretanto, quando elas foram usadas na determinação da pressão nos poços, em algumas das soluções analíticas e em alguns casos surgiram ruídos nas transformadas inversas. Tal fato prejudicou a obtenção de alguns dos valores necessários para a construção dos gráficos especializado e diagnóstico, normalmente utilizados na análise de testes de pressão de poços [5].

Uma alternativa, para a eliminação dos ruídos, foi declarar as variáveis como sendo do tipo double, o que elevou o limite máximo do valor do argumento para próximo de 600 [6]. Esse aumento foi importante, viabilizando a obtenção das soluções para os instantes de tempos iniciais. Assim, foi possível um maior detalhamento quando da sua análise em certos testes de pressão [4]. Isso ocorre uma vez que para os maiores valores de s obtém-se o comportamento da pressão para períodos de tempo mais curtos.

Por fim, um outro diferencial deste trabalho, com relação àquele de Carter (1966) [7], é que a transformada inversa é obtida numericamente. A principal motivação para o seu uso é o fato de que, para certos escoamentos de interesse da indústria do petróleo, não existem tabeladas as transformadas inversas para todas as funções no domínio de Laplace presentes na soluções analíticas. Bem entendido que, em alguns casos, existem aproximações que podem ser feitas, ainda no domínio de Laplace, que permitem a inversão sem uso de uma estratégia numérica [7]. Entretanto, neste trabalho, optou-se pelo uso do algoritmo de Stehfest [35], que é suficientemente acurado para ser empregado em uma série de problemas na engenharia de petróleo [6]. Nesse algoritmo tem-se que

$$F(t) = \frac{\ln 2}{t} \sum_{i=1}^N V_i F_L\left(\frac{\ln 2}{t} i\right) \quad (48)$$

onde $F_L(s)$ é a função conhecida no espaço de Laplace e N é a quantidade de termos empregados na inversão. Em problemas de escoamento na engenharia de petróleo utiliza-se os valores pares no intervalo $6 \leq N \leq 18$ e V_i pode ser calculado de acordo com o número de termos via a expressão

$$V_i = (-1)^{(N/2)+i}$$

$$\sum_{k=(i+1)/2}^{\min(i, N/2)} \frac{k^{N/2} (2k)!}{[(N/2) - k]! k! (k-1)! (i-k)! (2k-i)!} \quad (49)$$

Na Tabela 1, são apresentados os valores de V_i , para $N = 10$ [3], que devem ser utilizados quando do cálculo de $F(t)$ na Eq. (48) (Δp_1 ou Δp_2) sabendo que $F_L(s)$ será Δp_{1L} ou Δp_{2L} dependendo do compartimento considerado.

Tabela 1 Coeficientes V_i para $N = 10$

V_i	Valor
V_1	0,08333
V_2	-32,08333
V_3	1279,0
V_4	-15623,666
V_5	84244,1666
V_6	-236957,5
V_7	375911,666
V_8	-340071,666
V_9	164062,5
V_{10}	-32812,5

Duas versões foram codificadas e implementadas para a determinação das funções no domínio de Laplace e a inversão numérica da transformada de Laplace:

1. para a determinação das diferenças de pressão em função do tempo em uma dada posição dentro da Zona 1 e em uma determinada localização dentro da Zona 2;
2. para a avaliação das diferenças de pressão ao longo da direção radial, para todo o reservatório, e para um dado tempo.

4 Resultados

Nesta seção, apresenta-se os resultados obtidos, com os códigos numéricos implementados, para as diferenças de pressão nas regiões compartimentadas correspondentes às Zonas 1 e 2. Eles são oriundos da análise de sensibilidade que foi empreendida mediante a variação de alguns dos principais parâmetros do escoamento.

Na Tabela 2, são apresentados os dados utilizados na construção de um caso padrão de escoamento, a partir do qual serão realizadas alterações pontuais quando da realização da análise de sensibilidade. Os parâmetros r_{in} e r_{out} indicam, respectivamente, as posições das Zonas 1 e 2 quando utiliza-se a solução para dadas posições nos Compartimentos 1 e 2, respectivamente, em função do tempo. O tempo máximo de escoamento é indicado pela variável t_{max} . No espaço de Laplace, os valores de s são determinados usando a expressão $s_{n+1} = f_{\Delta s} s_n$ até que

o número de passos seja igual a n_{max} , sabendo que $s_1 = s_{ini}$. Quando as diferenças de pressão são fornecidas para um tempo fixo, o valor da variável é mantida igual a s_{fixo} .

Tabela 2 Parâmetros para a definição do caso padrão

Parâmetro	Valor	Unidade
c	$1,00^{-7}$	Pa^{-1}
c_ϕ	$1,00^{-10}$	Pa^{-1}
$f_{\Delta s}$	1,05	-
h	20	m
k_1	$1,00^{-13}$	m^2
k_2	$1,00^{-12}$	m^2
n_{max}	80	-
N	10	-
q	$1,00^{-2}$	std m^3/s
r_{in}	250	m
r_{out}	750	m
r_w	0,10	m
r_1	500	m
r_2	1000	m
s_{ini}	10	-
s_{fixo}	10	-
t_{max}	11	dias
μ	0,001	$\text{Pa}\cdot\text{s}$
ϕ	0,20	-

Foram realizadas mais de 120 execuções do aplicativo desenvolvido, de maneira a se poder reproduzir e discutir sobre os perfis relatados por Carter (1966) [7]. Na etapa de pós-processamento, trabalhou-se com um total de mais de 40 gráficos, dentre os quais foram escolhidos os que são aqui exibidos. A escolha fundamentou-se na apresentação dos resultados com o maior potencial para suscitar as discussões mais relevantes.

4.1 Variação de pressão nos compartimentos

Os primeiros resultados analisados encontram-se na Figura 3. Nela, tem-se os perfis da diferença de pressão no reservatório obtidos para um tempo de produção igual a 0,2326 dia e para diferentes valores da espessura da formação produtora (h).

Observa-se que quanto menor a espessura, como a vazão é constante e pré-fixada, ocorre uma maior variação de pressão. Fica clara a existência de duas regiões com diferentes comportamentos para a queda de pressão, sendo que ela é mais acentuada onde a permeabilidade absoluta é menor. O ponto de mudança (inflexão), como esperado, encontra-se na posição r_1 , que indica a fronteira de separação entre as zonas compartimentadas. Cabe ainda ressaltar que, a partir dos valores numéricos, verificou-se que também acontece uma variação de pressão na Zona 2, menos acentuada em relação à Zona 1, apesar de no gráfico ver-se praticamente linhas quase retas.

Já na Figura 4, tem-se o comportamento da diferença de pressão em função da variação da viscosidade.

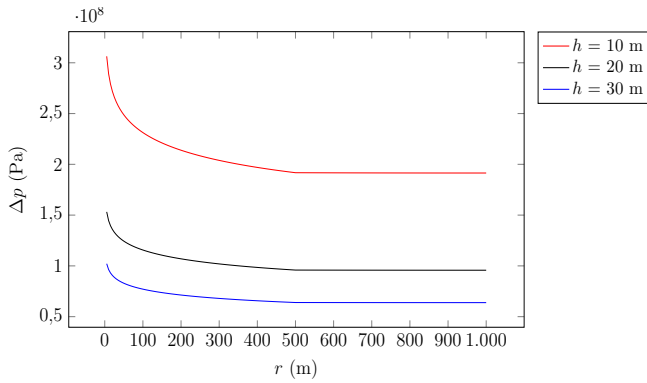


Figura 3: Δp no reservatório em função da variação de h . Fonte: os autores.

Nesse caso, sabe-se que quanto maior for a viscosidade do fluido, maior será a resistência ao escoamento. Como a vazão de produção é fixa, a maior queda de pressão ocorre para o maior valor da viscosidade analisado. Isso se traduz nos diferentes perfis determinados para as duas zonas e a separação entre elas também pode ser identificada na figura.

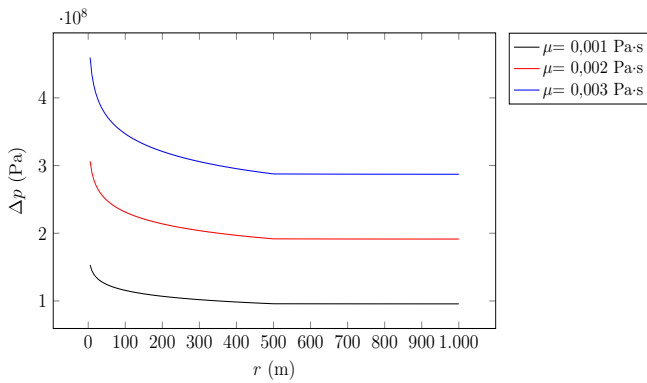


Figura 4: Δp no reservatório em função da variação de μ . Fonte: os autores.

Em seguida, é retratada a variação da queda de pressão em função da variação da vazão, Figura 5. Como pode ser visto, as maiores quedas de pressão estão associadas aos valores mais elevados da vazão, lembrando que ela é estabelecida via a condição de contorno interna em r_w . Tal variação também pode ser explicada à luz da lei de Darcy, uma vez que multiplicando-se ela por uma área A obtém-se uma expressão para o cálculo da vazão. Assim, tendo-se em mente que a vazão foi fixada, aos maiores gradientes de pressão estarão associados os maiores valores de vazão.

Os casos mostrados anteriormente são de cunho geral e podem ser reproduzidos para outros escoamentos em meio poroso, a menos do comportamento diferenciado proveniente da existência das zonas (compartimentos) no reservatório. Passa-se, então, às avaliações específicas de interesse, ainda no âmbito do estudo da variação da diferença de pressão ao longo do reservatório. A primeira delas trata da modificação do parâmetro r_1 , ou seja, da

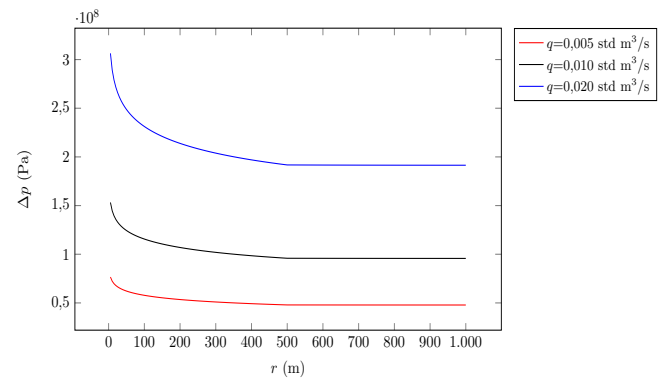


Figura 5: Δp no reservatório em função da variação de q . Fonte: os autores.

posição da separação entre as duas zonas do reservatório, Figura 6. Da figura, nota-se que a influência da mudança na posição de separação foi capturada. Distingue-se claramente as díspares taxas de variação de pressão provocadas pela diferença entre os valores das permeabilidades absolutas k_1 e k_2 representativas das Zonas 1 e 2, respectivamente. Quanto maior r_1 maior será a influência do valor da permeabilidade k_1 na dinâmica do escoamento e vice-versa.

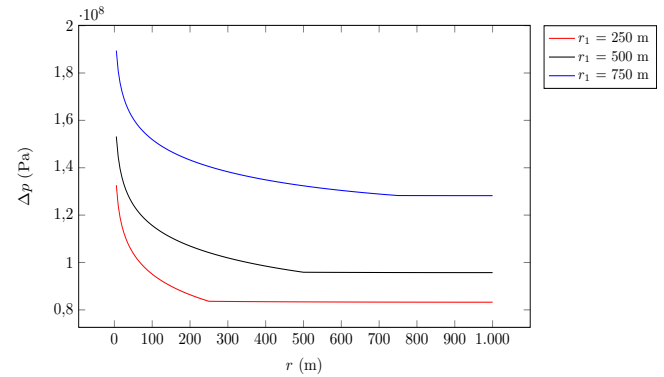


Figura 6: Δp no reservatório com a variação de r_1 . Fonte: os autores.

Prosseguindo, quis-se ressaltar na análise o efeito do contraste entre os valores das permeabilidades absolutas k_1 e k_2 das duas zonas. Então, as Figuras 7 e 8 contêm os resultados para a variação da diferença de pressão no reservatório levando em conta diferentes tempos de produção, vide a Tabela 3, e valores das permeabilidades absolutas. Foi estipulado que os valores delas diferem entre si de um fator igual a 200.

Tabela 3 Tempos para as análises de variação de Δp

Tempo de escoamento	Valor (dias)
t_1	0,1861
t_2	0,2326
t_3	0,2791

Na Figura 7, mantém-se o padrão dos testes anteriores, mas considera-se que $k_2 < k_1$, ou seja, o valor de

k_1 é o dado na Tabela 2 enquanto que k_2 é 200 vezes menor. Em consequência, tem-se perfis similares aos já obtidos, mas com uma queda de pressão variando a uma taxa mais acentuada na Zona 2, ao invés da Zona 1, como tinha sido observado anteriormente. Fica evidente, à medida que o tempo evolui, que as variações da diferença de pressão, nas duas zonas, vão aumentando. Na Zona 2, surgem variações de pressão com gradientes mais severos, em decorrência do menor valor de k_2 .

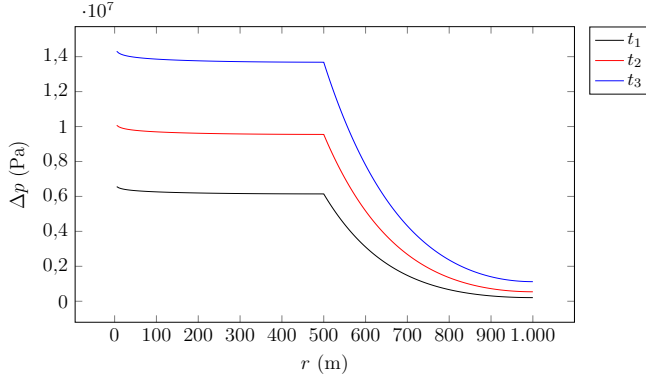


Figura 7: Δp no reservatório para $k_2 < k_1$ e diferentes tempos. Fonte: os autores.

Por outro lado, na Figura 8 encontram-se os valores calculados para as mesmas condições à exceção de que agora os valores de k_1 e k_2 são os da Tabela 2, ou seja, $k_1 < k_2$. Agora, os maiores gradientes de pressão estão associados à Zona 1, quando eles são comparados aos da Zona 2. Além disso, mais uma vez o aumento do tempo de produção levou a uma maior variação da pressão no meio poroso, em função da maior extração de fluido (com a consequente perda de energia na jazida).

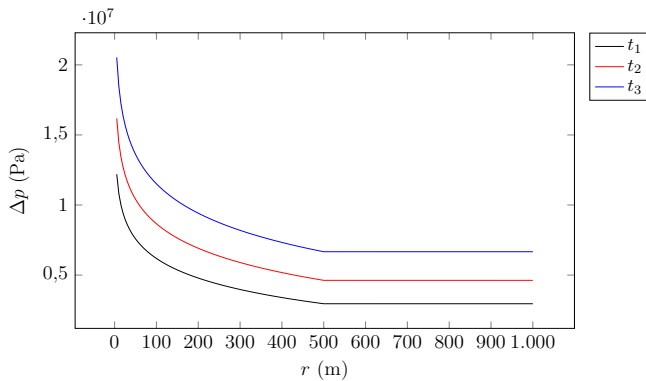


Figura 8: Δp no reservatório para $k_1 < k_2$ e diferentes tempos. Fonte: os autores.

Ainda com relação aos valores da permeabilidade absoluta, na Figura 9 vê-se os resultados para a variação unicamente de k_1 . Nota-se que há uma influência significativa na mudança da variação de pressão, com as curvas apresentando um deslocamento vertical, para cima, à medida que os valores da permeabilidade k_1 são reduzidos. Trata-se do efeito direto da maior resistência ao

deslocamento do fluido, no interior do reservatório, que ocorre quando se diminui o valor da permeabilidade absoluta. Constata-se, também, que a Zona 2 possui um perfil de queda de pressão praticamente constante em relação ao da Zona 1.

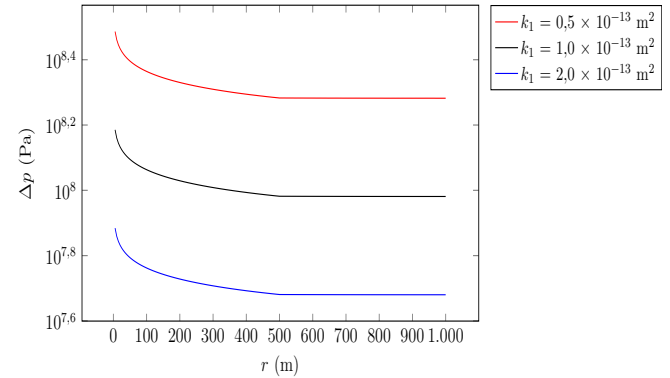


Figura 9: Δp no reservatório diferentes valores de k_1 . Fonte: os autores.

Encerrando as análises considerando as variações da diferença de pressão ao longo da direção radial, a Figura 10 mostra os resultados para três valores da permeabilidade absoluta k_2 . Nela, verifica-se que houve uma mudança nos perfis tanto da Zona 1 quanto da Zona 2. Na região próxima ao poço produtor, as curvas encontram-se menos espaçadas verticalmente na Zona 1 quando comparadas às suas correspondentes na Figura 9. Um menor valor de k_2 está associado a maiores variações de pressão, ainda que os gradientes na Zona 2 tenham permanecido mais suaves do que os da Zona 1. As mudanças na Zona 1 fazem sentido devido ao acoplamento do sistema e ao fato de que o mesmo volume foi produzido, uma vez que a vazão de produção é constante em r_w . Então, os menores valores da permeabilidade levam aos maiores gradientes de pressão, de modo a que se mantenha a vazão de produção constante.

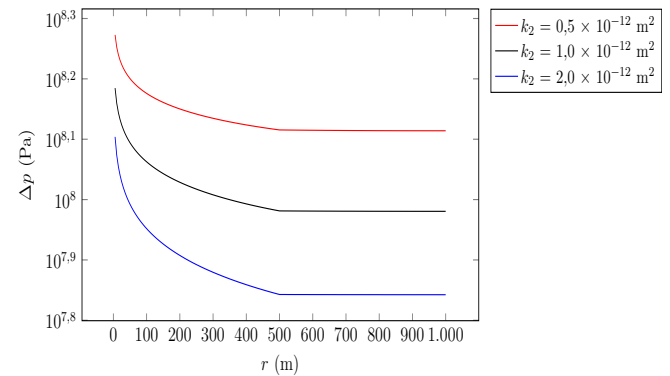


Figura 10: Δp no reservatório para diferentes valores de k_2 . Fonte: os autores.

4.2 Variação da pressão em função do tempo

Passa-se, agora, à análise da variação de pressão em função do tempo transcorrido e para as duas posições de

referência r_{in} ($r = 250$ m) e r_{out} ($r = 750$ m), que caracterizam as Zonas 1 e 2, respectivamente.

As Figuras 11 e 12 contêm os resultados relativos às posições r_{in} e r_{out} para diferentes valores de r_1 , que delimitam a extensão da Zona 1. Os perfis apresentados nas duas figuras são muito parecidos, embora as maiores variações de pressão estejam presentes na Zona 1. Deve-se atentar para o fato de que quanto maior a região da Zona 1, maior valor da permeabilidade absoluta, menor será a variação de pressão.

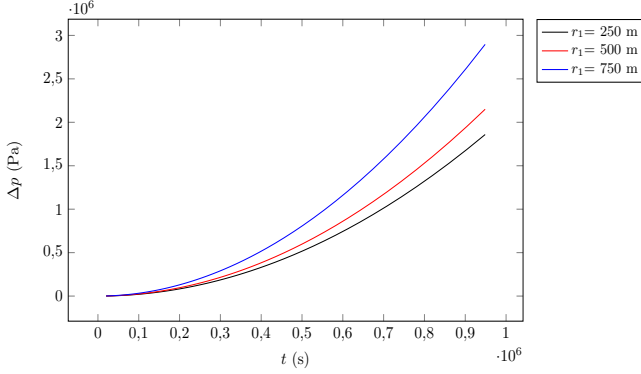


Figura 11: Δp no reservatório variando-se r_1 e para $r = 250$ m. Fonte: os autores.

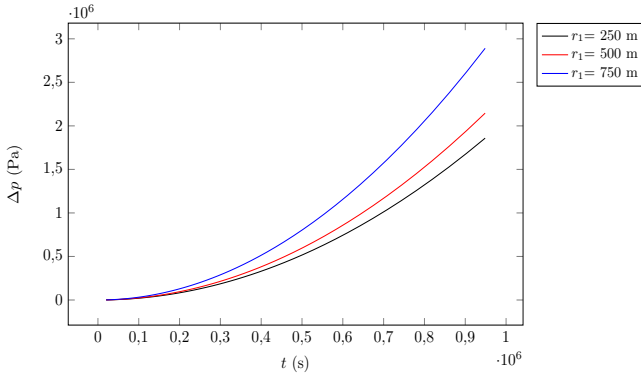


Figura 12: Δp no reservatório variando-se r_1 e para $r = 750$ m. Fonte: os autores.

Em contrapartida, as Figuras 13 e 14 referem-se aos resultados das variações da queda de pressão no limite externo do reservatório, ou seja, para r_{in} e r_{out} .

Analisando, então, para os diferentes instantes de tempo (segundos), é possível constatar que aos maiores valores de r_2 correspondem as menores variações de pressão e é uma consequência da maior quantidade de fluido disponível para a produção. Os perfis das curvas das Figuras 13 e 14 são qualitativamente semelhantes entre si e, novamente, da inspeção dos valores dos arquivos de saída comprovou-se que eles não são os mesmos.

Repetiu-se, também, os testes de variação da vazão de produção e os resultados podem ser vistos na Figura 15 para o raio r igual a 250 m, enquanto que na Figura 16 ele assume o valor de 750 m. Assim como no caso precedente, pode-se afirmar que o comportamento encontrado

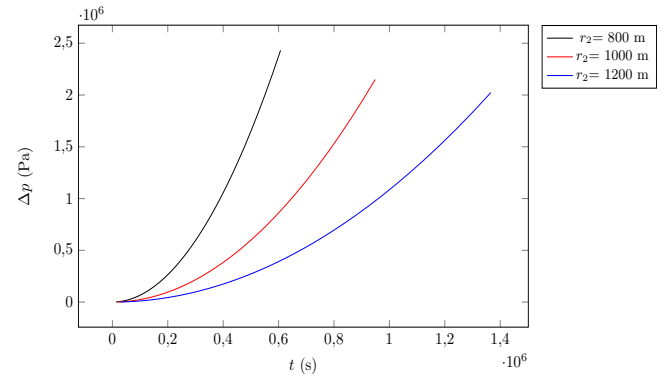


Figura 13: Δp no reservatório variando-se r_2 e para $r = 250$ m. Fonte: os autores.

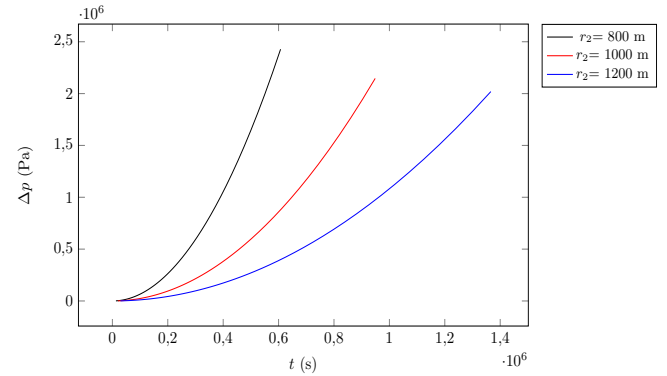


Figura 14: Δp no reservatório variando-se r_2 e para $r = 750$ m. Fonte: os autores.

é basicamente o mesmo em ambas as figuras, destacando-se a correta captura da física do escoamento, já que as maiores variações de pressão foram constatadas para as maiores vazões de produção.

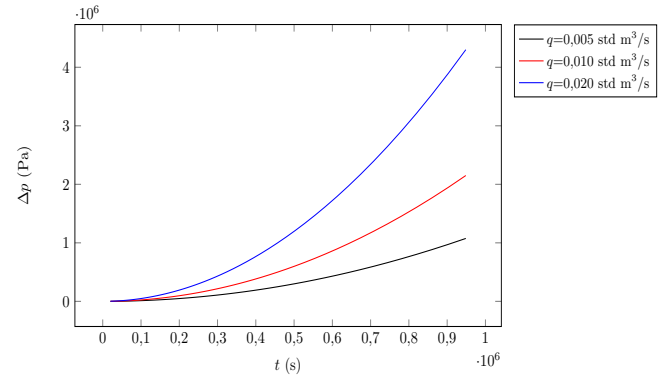


Figura 15: Δp no reservatório variando-se q e para $r = 250$ m. Fonte: os autores.

A fim de estudar-se a influência da espessura h da jazida produtora de hidrocarbonetos na queda de pressão, desta vez considerou-se que as duas posições de referência, para os raios delimitando as Zonas 1 e 2, são $r = 250$ e 750 m, respectivamente. As curvas das diferenças de pressão versus o tempo encontram-se nas Figuras 17 e 18.

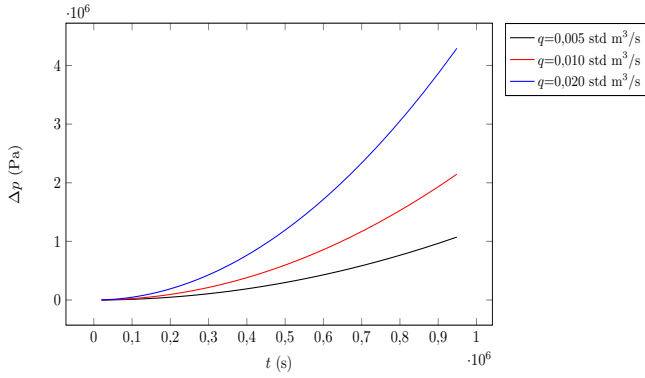


Figura 16: Δp no reservatório variando-se q e para $r = 750$ m. Fonte: os autores.

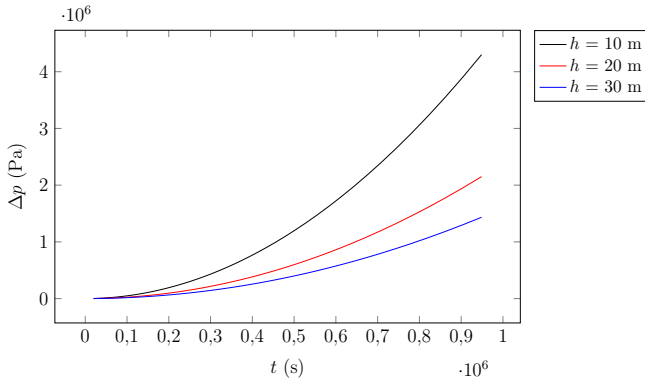


Figura 17: Δp no reservatório variando-se h e para $r = 250$ m. Fonte: os autores.

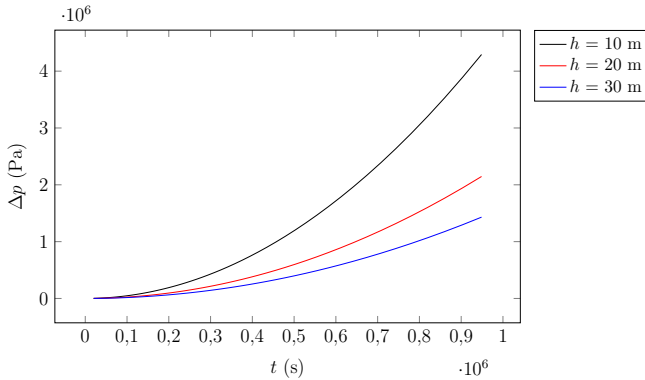


Figura 18: Δp no reservatório variando-se h e para $r = 750$ m. Fonte: os autores.

Reforça-se, mais uma vez, que os resultados são qualitativamente parecidos, sendo que percebe-se uma maior variação de pressão quando a espessura da formação é menor, de modo similar ao que pôde ser visto na análise da condição de contorno em $r = r_w$ e pelo fato de que um maior valor de h resulta em uma maior área disponível para o escoamento (como a vazão é fixa, tem-se uma redução do gradiente de pressão).

Por fim, as Figuras 19 e 20 contêm as curvas de Δp determinadas para diferentes posições de referência das Zonas 1 e 2 e fazendo-se variar os valores da porosi-

dade da rocha (a qual possui o mesmo valor nas duas zonas). Como ela também influencia na adimensionalização, acontece o mesmo problema apontado anteriormente, para a variação de r_2 , e, portanto, os instantes de tempo correspondentes não são os mesmos.

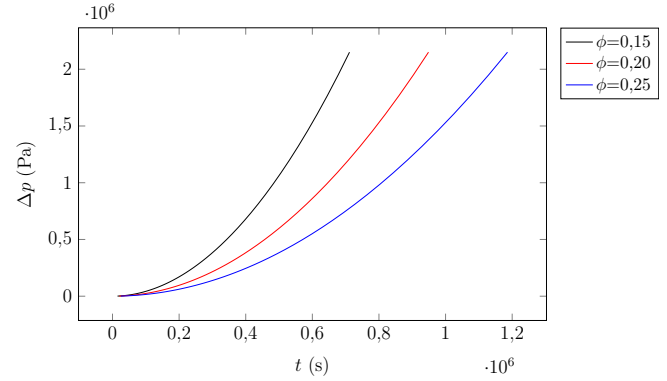


Figura 19: Δp no reservatório variando-se ϕ e para $r = 250$ m. Fonte: os autores.

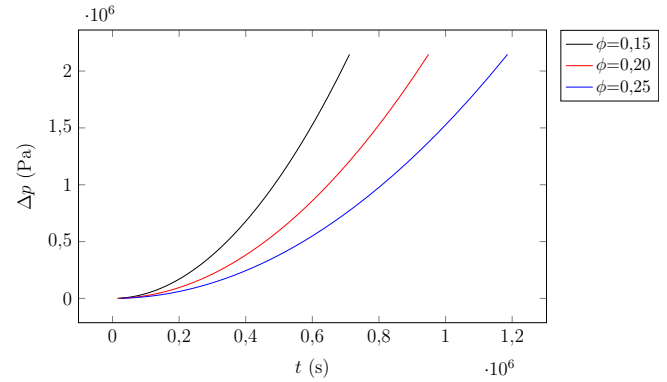


Figura 20: Δp no reservatório variando-se ϕ e para $r = 750$ m. Fonte: os autores.

Considerando os tempos para os quais as três curvas possuem registros de variação de pressão, percebe-se que para os menores valores da porosidade a queda de pressão será mais acentuada para o mesmo valor do tempo. Esse comportamento está de acordo com a física do escoamento em um meio poroso, visto que existirá menos fluido disponível para o escoamento quando a porosidade for menor.

5 Conclusões

Neste trabalho, a partir das contribuições de Carter (1966) [7] e Cariello (1997) [6], implementou-se uma ferramenta computacional para a determinação da variação de pressão, em reservatórios compartimentalizados cilíndricos, a partir da solução analítica no espaço de Laplace. No entanto, as aproximações utilizadas na avaliação das funções modificadas de Bessel, neste trabalho, diferem das empregadas por Carter (1966) [7] e, além

disso, valeu-se de uma abordagem numérica para se obter a transformada inversa de Laplace, ao invés da aproximação por séries utilizada pelo autor.

Realizou-se uma análise de sensibilidade a partir da mudança de alguns dos parâmetros do modelo físico-matemático para o escoamento estudado, incluindo as propriedades de rocha e de fluido, a geometria e a vazão de produção. Destaca-se que as tendências observadas estão condizentes com o esperado para o escoamento e de acordo com os resultados apresentados em Carter (1966) [7]. Deve-se notar que as condições de acoplamento entre as variações de pressão nas duas zonas foram implementadas corretamente, uma vez que não se identificou a presença de descontinuidades na solução em r_1 e tão pouco foi notada alguma alteração nos perfis que estivessem em desacordo com o usual para este tipo de escoamento.

Ressalta-se que as variações dos parâmetros diretamente relacionados à compartimentalização, a razão entre as permeabilidades absolutas das duas zonas e o raio r_1 , resultaram em mudanças significativas na evolução da dinâmica do escoamento. Menores variações de pressão, no limite externo r_2 , estão relacionadas a um maior valor da permeabilidade absoluta quando r_1 é maior. Em contrapartida, as menores variações de pressão encontram-se no limite externo r_2 , de forma que o escoamento pudesse se dar em direção ao poço produtor (onde há a maior queda de pressão). No que diz respeito aos gradientes de pressão, as mudanças nas regiões interiores ocorreram em função das modificações em k_1 , k_2 e r_1 .

Não foram detectados problemas relacionados ao uso da inversão numérica via o método de Stehfest ou pelo uso das funções modificadas de Bessel conforme implementadas em Cariello (2019) [6]. Com relação às variações de pressão ao longo do tempo, para os raios de referência das Zonas 1 e 2, acredita-se que o conjunto de dados adotado não favoreceu o surgimento de maiores disparidades nos resultados. Portanto, outras avaliações precisariam ser realizadas, por exemplo, com maiores valores dos raios externos e menores valores das permeabilidades absolutas, a fim de que a análise do escoamento pudesse contemplar os regimes transientes iniciais.

6 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro fornecido pela FAPERJ.



Referências

- [1] R. G. Agarwal. Real gas pseudo-time: A new function for pressure buildup analysis of MHF gas wells. Paper SPE 8279 presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, NV, 23-26 September 1979.
- [2] M. Aziz and A. Settari. Petroleum Reservoir Simulation. Elsevier Applied Science, New York, USA, 1979.
- [3] T. Blasingame. Lecture notes in fluid flow in reservoirs. <http://www.pe.tamu.edu/blasingame/data>, 2000. Texas A&M University.
- [4] D. Bourdet. Well Test Analysis: the Use of Advanced Interpretation Models. Handbook of Petroleum Exploration and Production 3. Elsevier, Amsterdam, 2002.
- [5] D. Bourdet, J. A. Ayoub, and Y. M. Pirard. Use of pressure derivative in well-test interpretation. SPE Formation Evaluation, pages 293–302, 1989.
- [6] I. C. Cariello. Aplicação de inversão numérica em soluções analíticas para a determinação de pressões em poços de óleo. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2019.
- [7] R. D. Carter. Pressure behavior of a limited circular composite reservoir. Society of Petroleum Engineers Journal, 6(4):328–334, 1966.
- [8] E. Chuparova, T. Kratochvil, J. Kleingeld, P. Bilinski, C. Guillory, J. Bikun, and R. Djojoseparto. Integration of time-lapse geochemistry with well logging and seismic to monitor dynamic reservoir fluid communication: Auger field case-study, deep water Gulf of Mexico. Reservoir Compartmentalization, page 25–41, 2010.
- [9] Holger Class. Models for Non-Isothermal Compositional Gas-Liquid Flow and Transport in Porous Media. Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der Universität Stuttgart, Stuttgart, Germany, 2007.
- [10] A. Y. Dandekar. Petroleum Reservoir Rock and Fluid Properties. CRC Press, USA, 2013.
- [11] H. Darcy. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau. Victor Dalmont, 1856.
- [12] P. Daripa and S. Dutta. Modeling and simulation of surfactant-polymer flooding using a new hybrid method. Journal of Computational Physics, (335):249–282, 2017.
- [13] A. Davletbaev, L. Kovaleva, and T. Babadagli. Mathematical modeling and field application of heavy oil recovery by radio-frequency electromagnetic stimulation. Journal of Petroleum Science and Engineering, pages 646–653, 2011.

- [14] G. de Souza. Acoplamento Poço-reservatório na Simulação Numérica de Reservatórios de Gás. Tese de Doutorado, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Macaé, Brasil, 2013.
- [15] Geologia do Petróleo. Petroleum science technology. Technical report, 2010. www.pgt.com.br.
- [16] X. Du, Z. Lu, D. Li, Y. Xu, P. Li, and D. Lu. A novel analytical well test model for fractured vuggy carbonate reservoirs considering the coupling between oil flow and wave propagation. Journal of Petroleum Science and Engineering, 173:447–461, 2019.
- [17] T. Ertekin, J.H. Abou-Kassem, and G.R. King. Basic Applied Reservoir Simulation. Society of Petroleum Engineers, Richardson, USA, 2001.
- [18] N. Ezekwe. Petroleum Reservoir Engineering Practice. Prentice Hall, Westford, USA, 2010.
- [19] M. M. Freitas, P. T. Honório Junior, G. Souza, and H. P. Amaral Souto. Simulação de escoamentos bifásicos em reservatórios de petróleo utilizando uma formulação segregada implícita. Encontro Nacional de Modelagem Computacional, João Pessoa, Brazil, 2016.
- [20] H. Hassanzadeh and M. Pooladi-Darvish. Comparison of different numerical Laplace inversion methods for engineering applications. Applied Mathematics and Computation, 189:1966–1981, 2007.
- [21] W. Hurst. Interference between oil fields. Trans. AIME, 219:175–192, 1960.
- [22] S. J. Jolley, Q. J. Fisher, R. B. Ainsworth, P. J. Vrolijk, and S. Delisle. Reservoir Compartmentalization. Geological Society, London, UK, 2010.
- [23] M. M. Kamal, S. Morsy, F. Suleen, Y. Pan, A. Dastan, M. R. Stuart, E. Mire, and Z. Zakariya. Determination of in-situ reservoir absolute permeability under multiphase-flow conditions using transient well testing. SPE Reservoir Evaluation & Engineering, 22(1):1–15, 2019.
- [24] H. Kazemi. Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. SPE Journal, 9(4):451–462, 1969.
- [25] S. Lacroix, Y. V. Vassilevski, J. A. Wheeler, and M. F. Wheeler. Iterative solution methods for modeling multiphase flow in porous media fully implicitly. SIAM J. Sci. Comput., 3(25):905–926, 2003.
- [26] R. C. Oliveira. Aplicação de inversão numérica em soluções analíticas para a pressão no escoamento em reservatórios de gás natural. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2019.
- [27] E. Ozkan. Applied Mathematics of Fluid Flow in Porous Media. 2008.
- [28] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, New York, USA, 2 edition, 1992.
- [29] K. Qiu and H. Li. A new analytical solution of the triple-porosity model for history matching and performance forecasting in unconventional oil reservoirs. SPE Journal, 23(6):1–20, 2018.
- [30] A. J. Rosa, R. S. Carvalho, and J. A. D. Xavier. Engenharia de Reservatórios de Petróleo. Interciência, Rio de Janeiro, Brasil, 2006.
- [31] A. Satman, M. Eggenschwiler, and H. J. Jr. Ramey. Interpretation of injection well pressure transient data in thermal oil recovery. SPE California Regional Meeting, Los Angeles, California, USA, 1980.
- [32] M. S. Shahamat, H. Hamdi, L. Mattar, and R. Aguilera. A novel method for performance analysis of compartmentalized reservoirs. Oil & Gas Science and Technology, 71(3):1–20, 2014.
- [33] S. A. A. Shukairi. Evaluation of reservoir compartmentalization through organic geochemistry Jawdah field, south of Oman. SPE Kuwait Oil & Gas Show and Conference, Mishref, Kuwait, 2019.
- [34] P. C. Smalley and A. H. Muggeridge. Reservoir compartmentalization: get it before it gets you. Reservoir Compartmentalization. Geological Society of London, 2010.
- [35] H. Stehfest. Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transform. Communication of the ACM, 1:47–49, 1970.
- [36] Z. Sun, X. Yang, Y. Jin, S. Shi, and M. Wu. Analysis of pressure and production transient characteristics of composite reservoir with moving boundary. Energies, 13(34):1–18, 2020.
- [37] E. F. Vogas. Utilização de solução analítica para a determinação da pressão em reservatório compartimentado de óleo. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2021.
- [38] C. Wang. Pressure transient analysis of fractured wells in shale reservoirs. Master's thesis, Colorado School of Mines, 2013.
- [39] J. E. Warren and P. J. Root. The behavior of naturally fracture reservoirs. Society of Petroleum Engineers Journal, pages 245–255, 1963.
- [40] W. Wendong, M. Shahvali, and S. Yuliang. A semi-analytical fractal model for production from tight oil reservoirs with hydraulically fractured horizontal wells. Fuel, 158:613–618, 2015.

- [41] Irwin A. Wiehe. Process Chemistry of Petroleum Macromolecules. CRC Press Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL, USA, 2008.
- [42] S. Whitaker. The Method of Volume Average. Theory and Applications of Transport in Porous Media. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [43] Y. S. Wu, K. Pruess, and P. Persoff. Gas flow in porous media with Klinkenberg effects. Transport in Porous Media, 32:117–137, 1998.
- [44] F. Zeng and G. Zhao. Semianalytical model for reservoirs with Forchheimer’s non-Darcy flow. Society of Petroleum Engineers Reservoir Evaluation & Engineering, 11(2):280–291, 2008.
- [45] Q. Zhanga, X. Wang, D. Wang, J. Zeng, F. Zeng, and L. Zhang. Pressure transient analysis for vertical fractured wells with fishbone fracture patterns. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 52:187–201, 2018.

Landscape Restoration at Death Valley, California, USA: Macro-Imagineering Industrial “Pleistocene” Landscape

Richard Brook Cathcart

GEOGRAPHOS, Burbank, California, USA

Charles W. Finkl

The Coastal Education & Research Foundation, Inc., Asheville, North Carolina, USA

Nilo Silvio Costa Serpa

Centro Universitário ICESP, Brasília, Brasil

Received: _20 Jul 2022_ / Accepted: _04 Aug 2022_ / Published: _06 Nov 2022_.

Abstract: This suggested evaluation is a forecasted future [1] industrial option for transporting rejected desalination factory brine to Death Valley, State of California, USA. The purpose of this proposal, which would form an anthropogenically enlarged Salton Sea, is to provide long-term storage of precipitated brine salts that in turn would foster a flat solar-reflective landscape. This macro-imagineering proposal has additional beneficiation when combined with additional industrial utilization and downwind climate regime mitigation. The goal or purpose of this macro project is established, new desalination technologies that produce 1 m³ of brine for every 10 m³ of freshwater derived from developing photovoltaic and/or geothermal technologies. A previously well-postulated floating desalination scheme for the spatially enlarged Salton Sea, could produce a maximum of ~44 km³/year of rejected brine that can, in turn, be emplaced in California’s unsettled hinterland [2]. This salty wastewater disposal proposal is offered as an economically feasible 21st Century co-dependent hydraulic-electricity grid Macro-Imagineering project.

Key words: State of California, Death Valley, Desalination, Macro-projects, Brine disposal, Electricity grid, Aralkum.

Resumo: A sugestão apresentada, prevista para o futuro [1], é uma opção industrial de transporte de salmoura rejeitada, proveniente de usina de dessalinização, para o Vale da Morte, Estado da Califórnia, EUA. O objetivo desta proposta, a qual formaria um Mar de Salton antropogenicamente ampliado, é fornecer armazenamento de longo prazo de sais de salmoura precipitados que, por sua vez, promoveriam uma paisagem plana refletiva ao sol. Trata-se de uma proposta de macroimaginação com benefícios adicionais quando combinada a processos industriais e mitigação do regime climático a favor do vento. Este macroprojeto propõe o emprego de novas técnicas de dessalinização — que produzem 1 m³ de salmoura para cada 10 m³ de água doce — associadas à aplicação de tecnologias fotovoltaicas e/ou geotérmicas. Um esquema de dessalinização flutuante previamente bem ajustado para o Mar de Salton ampliado poderia produzir um máximo de ~44 km³/ano de salmoura rejeitada que seria, por sua vez, colocada no interior instável da Califórnia [2], constituindo assim um sistema de disposição de águas residuais salgadas economicamente viável no Século XXI.

Palavras-chave: Estado da Califórnia, Vale da Morte, Dessalinização, Macroprojetos, Eliminação de salmoura, Rede elétrica, Aralkum.



1 Introduction

The traditional system for rainwater harvesting, a matter of wonder, designed to make water available in the dry season in the Deccan Plateau, where rainfall is seasonal, and often ill-distributed, is briefly described. It is shown how the lay of the land and naturally formed drainage were utilized to build storage structures (artificial lakes) using simple but clever engineering. The downstream flow was used to interconnect these storage structures and, most importantly, to utilize the water, thus made perennially available, remained under local control.

In tandem with Earth's gravity, the climatic seasons, traditional life-styles, and topographical nostalgia are expressed as everyday human life-maintenance, the processes continuing with inherent public-perceived simplicity [3]. Team Geographos members have intentionally sought to extend their imaginations and pretend behaviors, which characterized childhoods, because these efforts provide useful Macro-Imagineering concepts that offer new options for landscape management possibilities! According to 2 Corinthians 4:18: "We look not at what can be seen but at what cannot be seen". Possibly every infrastructure in the State of California was established in prospect, installed to meet public demands of an imagined future. Deathly sick people usually have no long-term survival goals; yet those living usually continue striving to exist, sometimes by willpower alone [4]. Oddly, many scientists advocate Resurrection Biology— "de-extinction"—that would return by artificial selection, species sorting done solely by human deliberation, of plants and animals no longer roaming southern California's now-arid landscapes but which occupied that landscape when wetter climatic regimes prevailed during the Pleistocene [5]. We apprehend such an action as equivalent to opening Pandora's Box. Decades ago, biologists first proposed re-wilding of the 362,600 km² Great Basin Watershed, one of the USA's driest regions, by complex restoration using some preferred Pleistocene flora and fauna [6]. The Great Basin was designated "Greater California" in *Metropolitan Frontier* (1995) by historian Carl Abbott [7].

Reference to previous articles in CALIBRE suggest intriguing potential mega-projects that could favorably shift on-going degradation, desiccation, and diminishment of the Salton Sea to a better future economic and environmental trajectory after volumetric enlargement [8-9]. The Imperial Valley, where the fast-evaporating Salton Sea is located, cannot become California's largest dust-emitting toxic dump site like the southern Central Valley's grotesque Kesterson Wildlife Refuge sacrifice region [10]. Although deserts seem advantageous as landfill sites because of the near absence of precipitation and high rates of evapotranspiration coupled with natural, climatically-stressed biota and low-density human populations, southern California's arid landscapes need to be utilized for better human industrial purposes accompanied by enhanced landscape aesthetics. An antonym for junk-littered space is salvage space. California's elite political class, along with so-called "Greens", have benefited (financially and otherwise) from the media-induced public trance that is fixated on the supposedly "demonstrated ineffectualness of many demonstrated technologies" suggested by Macro-Imagineering's optimists as doable. That

is, the all-talk half-measures by State and local officials to mitigate the Imperial Valley's adverse environmental qualities enrich only far-distant legislators and some selected private-sector advisory groups, some of whom receive taxpayer-provided funds for their reportable contributions. In response, Team Geographos asks: What might be the geo-environmental result if an enormous volume of locally unwanted brine (derived from seawater desalination factories afloat on an enlarged Salton Sea) were deposited in Death Valley via an alternative long-distance wastewater conveyance?

2 Ancient and modern lakes

In the New World, two places with the lowest elevation are Laguna de Carbon, Argentina (minus 105 m, 49° 35' S by 68° 20' W) and the eponymous "Badwater" salt-flat in Death Valley (minus 85.5 m at 36° 51' N by 117° 17' W). Figure 1. The 883 km² part of Death Valley that is currently below sea-level could hold ~44 km³ of precipitated brine salt [11].



Figure 1. The Badwater Basin occupies the lowest point in California. Other sites that are below sea level include parts of the Imperial Valley (exemplified by the Salton Sea) as well as the Sacramento River-San Joaquin River combined delta which empties its flow-through polluted freshwater into San Francisco Bay.

Death Valley has not supported a perennial freshwater lake since the total desiccation of Lake Manly circa 10 ka; currently it is an ugly dry-land because it sits in the rain-shadow of four major nearby mountain ranges. Fed by eastward runoff from Owens Lake (elevation ~1,100 m) [12], China Lake-Lake Panamint (~690 m) overflows, and the north-flowing Mojave River during the Last Glacial Maximum [13], Lake Manly (lake floor about minus 86 m) attained an area of ~1,600 km² and a maximum water depth of ~70-80 m. With the existing unaltered topography, a 12,000 km² anthropogenic Death Valley Lake (“A” in Figure 2) consisting of imported brine could be dammed to prevent overflow of the bedrock saddle at Ludlow (34° 43’ N by 116° 09’ W) and, theoretically, could be stopped from discharging southward into the Bristol-Cadiz-Danby Lake basins and, ultimately the Colorado River which empties into the Gulf of California [14]. Figure 2 shows that Death Valley serves as Nature’s ultimate terminus for the Death Valley regional surface-water and groundwater flow system.

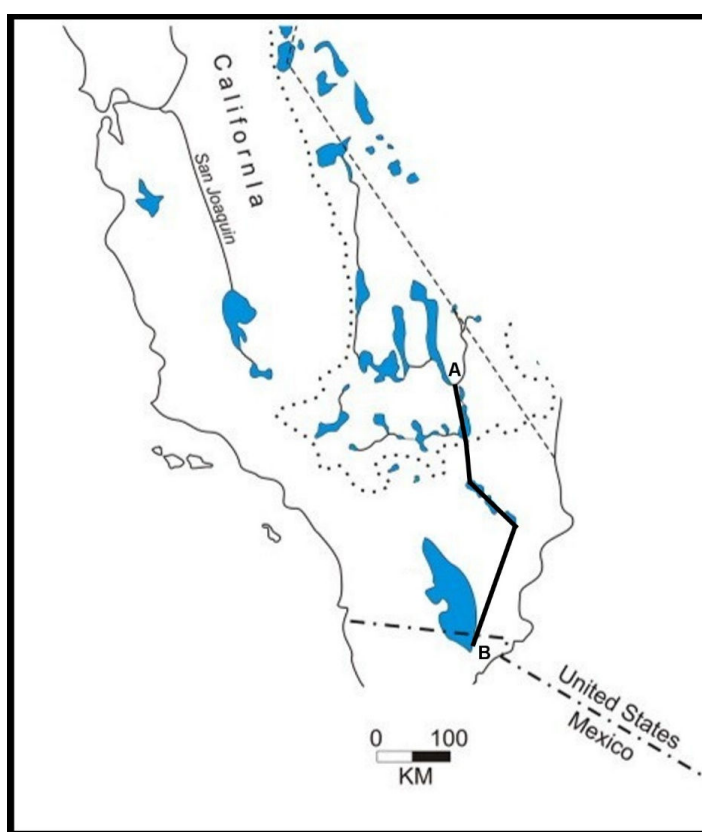


Figure 2. This map illustrates the now-vanished Pleistocene lakes and rivers that once dominated Southern California’s landscape. In a previous issue of CALIBRE, Team Geographos advocated the artificial enlargement of the present-day Salton Sea (B) to its former Pleistocene area. In this report, a brine disposal pipeline was proposed to shift brine from B to A, the location of the former Lake Manly that is nowadays known as Death Valley. The dotted line marks the watershed boundary of the Great Basin.

California's Mojave Desert territory, lying east of the City of Los Angeles, is devoted to utilitarian intrusion land uses such as military training bases, grazing, freshwater aqueducts (since 1913 the Los Angeles Aqueduct and since 1939 the Colorado River Aqueduct), electric transmission line rights-of-way, mining [15] and irrigated agriculture. Mojave Desert landscape corridors for transmission lines may soon become more intensively utilized because the State of California's present government desires imported electric power rather than constructing new in-State generation capacity. This region covers ~7.4 million hectares in Southern California. Interestingly, California's three largest (by area) cities include Los Angeles, San Diego, California City in the Mojave Desert! The 528 km² California City (35° 07' N by 117° 59' W, ~15,000 citizens) in Kern County was established in 2004 as its Mojave Air and Space Port. State laws focused on prevention of urban sprawl could harm in future efforts to place additional such facilities (which center on drones, spacecraft, aerospace planes and satellites) in low-cost/low maintenance industrial landscapes such as the remaining Mojave Desert. The evaporating and polluted Salton Sea, like its Old-World counterpart the Aralkum [16], has become the USA's largest monitored primary biota succession experiment. Approximately 83% of the industrially contaminated former bed of the Aral Sea [17] is now exposed to dispersal by wind. Each new desert, in the Old and New World, constitutes a new source of toxic blowing dust. Dry salt basins of California, Nevada, and western Utah, for example, are largely relict inland saline lakes. Because these salt-encrusted basins are supplied by endorheic drainage, they entrap and concentrate mobile mineral elements [18]. Through leaching and seepage, these basins have become hydrologic sinks where toxic elements are concentrated in confined regions and which also migrate underground. Team Geographos has already proposed methods to repair, improve, camouflage, and transform both young analogue deserts.

Still, by means of a comprehensive "anthropohydrocosm" [19], voluminous young bodies of water (including fresh as well as salty fluids) have been formed on the world's landmass. It is possible that ~104 km³ of saltwater is currently pooled in extant natural and anthropogenic saline lakes visible on the Earth's surface [20]. Okinawa's Yanbaru Seawater Pumped Storage Power System (functional 1999-2016) was the world's first pumped-storage electricity power-plant to operate using only seawater. Several major technical issues had to be addressed, such as sealing the reservoir, preventing penstock leakage, and means to effectively prevent the spread of seawater by the wind, all of which can cause serious and undesirable environmental impacts. From 2015, a Chilean company, Valhalla (<http://valhalla.cl/en>), planned to construct its Espejo de Tarapaca Project solar-powered seawater pumping system near the northern Chile shoreline of the Atacama Desert about 100 km south of the City of Iquique; very optimistically, Valhalla officials predicted the company could eventually supply transmitted electricity to supply the needs of all South America by circa 2040-2045 AD! Until the 1960s, the State of California deployed innovative macro-engineering solutions that collected and conveyed massive freshwater supplies obtained from the Sierra Nevada Mountain Range to the San Joaquin Valley and Southern California [21]. Team Geographos devised a scheme [8] that would supplement those now-inadequate freshwater transportation linkages, expanding California's hydraulic-electricity grid in order for Southern California,

especially its inland region, to cope with expected future State-wide droughts [22]. Whether Gulf of California seawater ($1,030 \text{ kg/m}^3$) is imported to the Imperial Valley via pipeline [23] or canal, the result after desalination will be brine ($1,230 \text{ kg/m}^3$) and precipitated salt accumulation in the basin of a stabilized or enlarged Salton Sea because the Salton Sea is an artificial lake affected by a dryland climate regime [24]. Sometimes the Colorado River flows with water infused with radioactive uranium mine tailings! Unless stopped, dumping of rejected industrial brine into the Gulf of California would add to the international high-salinity brine disposal dispute instigated in years past, the complicated hydrological-political USA-Mexico macro-problems caused by long-term over-extractions of natural freshwater from the Colorado River [25]. Hence, Team Geographos' solution: its concept of the Death Valley Lake as a brine disposal site with additional geophysical advantages.

3 Death Valley: a present-day landscape of desertic dearth

Wastelands are defined by the absence of perpetual geophysical qualities, barren landscapes that seemingly resist human ideals of proper or appropriate use and, as well, human common assessment as “environmentally insensitive” [26-27]. The existing uninhabited Death Valley [28] fits that simple descriptive definition; our Death Valley Lake will not! [8] postulates that replacement of freshwater abstracted from the Lower Basin of the Colorado River with massive desalinated water can allow the Upper Basin's riparian to build more reservoirs; in other words, desalinated seawater manufactured from a super-sized floating silicon photovoltaic plant sitting atop an enlarged Salton Sea [29] then becomes a predictable piped output quite unlike the naturally variable Colorado River runoff. And, desalination permits Californians, Nevadans, and Arizonans to become “independent of Nature” by means of highly technical new freshwater supply and tubular conveyance infrastructures. Freshwater use varies in amounts throughout the whole day, whilst present-day commercialized solar irradiation occurs only during daytime; yet, with desalination seawater supply moving inland from the North Pacific Ocean there can never be a “shortage” of the basic needed fluid element! At the moment, Team Geographos asserts its preference that geothermally-powered helical rotor brine pumps be employed to shift rejected brine from the Salton Sea Region to Death Valley. (In Mexico, freshwater is piped $>150 \text{ km}$ and lifted up a $>1,200 \text{ m}$ topographic gradient to reach customers in Mexico City; in the USA, the A.D. Edmonston Pumping Plant lifts freshwater from the southern San Joaquin Valley over the Tehachapi Mountains into the Los Angeles Basin, a height of $\sim 610 \text{ m}$.) Geothermal power requires deep-drilling and careful operation since there are many geological unknowns affecting the stability of the Imperial Valley-Death Valley corridor of Earth's crust [30]. Therefore, it will be a requirement that Team Geographos explore the region thoroughly, perhaps using a small fleet of 2020 Jeep Gladiator Mojave vehicles.

A future, intensely transformed, Death Valley — that is, our realized plan for a Death Valley Lake — hinges on the usefulness, other than brine salt deposition, of such a gigantic anthropogenic water body. Firstly, it is known

for sure that radioactive groundwater, migrating from the continental nuclear weapons test area, the Nevada National Security Site, has been discovered at a surface spring near Death Valley [31]. Emplacing a thick stratum of salts, naturally precipitated from imported brine, should obviate closure of Death Valley due to impending contamination with radioactive elements. Contamination is, of course, a major Public Health risk. Secondly, if Californians emplace a huge controlled white-colored salt crust then the increased albedo of Death Valley should cool slightly the famously hot summertime air temperatures [32]. In modern times, Death Valley received unexpected freshwater river runoff from unusual passing storms during 18 October 2015 and 7 March 2019. Subaerial salt-flats are equivalent to ice-sheets and glaciers in their reflection of sunshine. In addition to the Mojave Air and Space Port, it is conceivable that a Death Valley Lake Aero-space Port might prove to be a feasible aero-space craft landing and take-off infrastructure — comparable, but spatially larger, than Israel's commercial Dead Sea Airport. Aero-space planes, such as the UK's SKYLON, could operate on reliable schedules because the weather conditions thereabouts will not likely be detrimental to such operations! Such aerial traffic will reduce the local investment bias, benefiting companies, diversifying, and broadening extra-regional investments. Thirdly, water evaporating from the brine, leaving a layer of whitish salts ultimately, will produce water vapor that will be entrained in generally eastward-moving air-masses, thus exporting water vapor to the Great Basin, a dry region which could possibly then receive more rainfall and snowfall [33]. However, we do not expect a Nature-made reappearance of the Pleistocene's Great Basin and California lakes!

4 Final remarks

Macro-imagineering constitutes the conceptual and philosophical foundation (in the sense given by Bunge to the philosophy of technology [34]) of the great engineering solutions for the great environmental problems that humanity creates in its billions of life-form passages through the world. In a way, we can see ourselves as the species that destroys in order to rebuild. This has been the great paradox of our existence. However, the destructive side still tends to override the reconstructive capacity, as there are so many types of damage that we do not know if we shall have time and resources to regulate the anthropic balance effort. The drying up of the planet and the concomitant increasing scarcity of freshwater make up a frightening and potentially very close scenario. The reversal of such a panorama offers a wide problematization for geoengineering, or large-scale environmental engineering, or even, as we like to say, terraforming-engineering for the Earth itself.

If we add together all the water bodies that have disappeared or lost their original mass in the last hundred years in a list headed by the pathetic Aral Sea, including ancient rivers in the north of southeastern Brazil, in addition to the bays, lakes and lagoons silted up by the rectification of water courses for agriculture, and the depletion of freshwater reserves by the model of confinement of animal herds, there seems to be no doubt that desertification is a very real possibility.

The dryness of our home world is directly proportional to human ignorance when relating to the environment. So, we think that Macro-Imagineering is also a result of environmental education as an urgent tool in all nations to repress the strange and contradictory human nature (as it is said in Brazil, “we bite and blow the wound”). But environmental education also involves changing eating habits. Do we really need to consume so much beef and so much dairy? Judging by the amount of food that ends up in trash, it seems not! Food waste is more than a paradox; it is absurd, as absurd is the irrational management of water.

A terrifying man-made desert called Aralkum — the lethal sea bed of the old Aral — was left as a bitter reminder of what we are capable of. Therefore, we need to show our children that we also know how to geoengineer paradises. Otherwise, as much as we are Macro-imagineers, only thistles and thorns will remain.

References

- [1] van Creveld, M. (2020) *Seeing Into The Future: A Short History of Predictions*. London UK: Reaktion Books. 224 pages.
- [2] Neel, P.A. (2020) *Hinterland: America’s New Landscape of Class and Conflict*. London, UK: Reaktion Books. 192 pages. SEE also: de Lars, J.D. (2018) *Inland Shift: Race, Space, and Capital in Southern California*. Oakland, CA: University of California Press. 225 pages.
- [3] Manley, W., Foot, K. and Davis, A. (2019) *A Dictionary of Agriculture and Land Management*. NY: Oxford University Press. 464 pages.
- [4] Spellman, W.M. (2015) *A Brief History of Death*. London, UK: Reaktion Books. 256 pages.
- [5] Siipi, H. and Finkelman, L. (December 2017) “The Extinction and De-Extinction of Species” *Philosophy & Technology* 30: 427-441. SEE also: Silliman, B.R. et al. (7 May 2018). “Are the ghosts of nature’s past haunting ecology today?” *Current Biology* 28: R527-R548.
- [6] Sullivan, Tim (2010) *No Communication with the Sea: Searching for an Urban Future in the Great Basin*. Tucson, AZ: The University of Arizona Press. 217 pages. SEE: Bakker, E.S. and Svenning, J-C. (5 December 2018) “Trophic rewilding: impact on ecosystems under global change” *Philosophical Transactions Royal Society B* 373: 20170432.
- [7] Kauffmann, G.J. (2002) “What if...the United States of America were Based on Watersheds?” *Water Policy* 4: 57-64.
- [8] Cathcart, R.B. (December 2018) “Meteorological Macro-Imagineering: A Re-Plumbed Freshwater Supply System for the USA’s Southwest” *CALIBRE: Revista Brasileira de Engenharia e Física Aplicada* 3: 20-33. NOTE: It is interesting to us that, over a 120 year period in the USA, only 11 statements constituting Geography Ph.D. dissertations were recorded as focused on Civil Engineering. SEE: Kaplan, D.H. and Mapes, J.E. (2014) “Panoptic geographies: an examination of all U.S. geographic dissertations” *Geographical Review* 105: 20-40.
- [9] Sabo, J.E. et al. (14 December 2010) “Reclaiming freshwater sustainability in the Cadillac Desert” *Proceedings of the National Academy of Sciences* 14: 21263-21269.

- [10] Reith, C.C. and Thomson, B.M. (1992) Deserts as dumps? The disposal of hazardous materials in arid ecosystems. Albuquerque, NM: University of New Mexico Press. 330 pages. SEE also: Xie, Z. et al. (2020) "Conservation opportunities on uncontested lands" *Nature Sustainability* 3: 9-15.
- [11] Team Geographos thanks Dr. Kirsten M. Menking for her volumetric calculations of Death Valley received 17 November 2018.
- [12] Robinson, A. (2018) *The Spoils of Dust: Reinventing the Lake that Made Los Angeles*. LA: Applied Research and Design. 256 pages.
- [13] McGee, D. et al. (28 November 2018) "Western U.S. Lake expansions during Heinrich stadials linked to Pacific Hadley circulation" *Science Advances* 4: eaav0118.
- [14] Szekely, A. (January 1977) "The Patrimonial Sea to the Rescue of The Gulf of California" *Natural Resources Journal* 17: 113-122. SEE also: Rojas-Bracho, L. et al (January 2019) "Unsubstantiated Claims Can Lead to Tragic Conservation Outcomes" *BioScience* 69: 12-14.
- [15] Denton, K.M. et al. (2019) Geophysical characterization of a Proterozoic REE terrane at Mountain Pass, eastern Mojave Desert, California, USA" *Geosphere* 16: 1-16.
- [16] Peterson, M.K. (2019) *Pipe Dreams: Water and Empire in Central Asia's Aral Sea Basin*. UK: Cambridge University Press. 416 pages. SEE also: Serpa, N.S.C. (2016) "Terraforming the Aral Sea Basin" *CALIBRE: Revista Brasileira de Engenharia e Física Aplicada* 2: 28-38.
- [17] Burr, G.S. et al. (15 February 2019) "A history of the modern Aral Sea (Central Asia) since the Late Pleistocene" *Quaternary Science Reviews* 206: 141-149. For information on the blowing toxic dust macro-problem caused by the Salton Sea's gradual shrinkage, SEE: Freedman, F.R. et al. (2020) "Spatial Particulate Fields during High Winds in the Imperial Valley, California" *Atmosphere* 11: 88-108.
- [18] Wang, J. et al. (2018) "Recent global decline in endorheic basin water storages" *Nature Geoscience* 11: 926-932.
- [19] Saulnier-Talbot, E. and Lavoie, I. (September 2018) "Uncharted waters: the rise of human-made aquatic environments in the age of the 'Anthropocene'" *Anthropocene* 23: 2942.
- [20] Hammer, U.T. (1986) *Saline Lake Ecosystems of the World*. Dordrecht, NL: Springer. 616 pages.
- [21] Carroll, P. (2012) "Water and technoscientific state formation in California" *Social Studies of Science* 42: 489-516.
- [22] Ullrich, P.A. et al. (2018) "California's Drought of the Future: A Midcentury Recreation of the Exceptional Conditions of 2012-2017" *Earth's Future* 6: 1568-1587.
- [23] Alzaaq, M.S. (2017) *The Optimal Location for the Salton Sea Pipelines*. Moldova: Noor Publishing. 58 pages. (Just to "restore" the Salton Sea to its AD 2008-2009 elevation of minus 72 meters, and salinity of 44 g/L, requires importation of >4.2 km³/year of seawater pumped upward over a landscape ridge of ~20 m elevation and, subsequently, moved inland from the Gulf of California a distance of ~300 km. Stabilizing the Salton Sea's salinity requires the simultaneous exportation of >3.3 km³/year of naturally accumulating brine. Bogusly, such effort would only be a half-measure necessitating constant investment of public tax funds to maintain "eternally".)

- [24] An excellent 2017 history of the Salton Sea's formation is Ellen Lloyd Trover's *Birth of the Inland Sea: How the Colorado River Created The Salton Sea* (Coachella, CA: A History Trove Publication). 293 pages.
- [25] Kuhn, E. and Fleck, J. (2019) *Science Be Dammed: How Ignoring Inconvenient Science Drained the Colorado River*. Tucson, AZ: The University of Arizona Press. 281 pages.
- [26] Palma, V. Di (2014) *WASTELAND: A History*. New Haven, NJ: Yale University Press. 266 pages.
- [27] Jakob, M. (2018) *What is Landscape?* UK: Laboratorio INternazionale Editoriale Sas. 158 pages. ("Landscape" is an old NW European word meaning "shoveled land".)
- [28] Roof, S. and Callagan, C. (December 2003) "The Climate of Death Valley, California" *Bulletin of the American Meteorological Society* 84: 1725-1739. SEE also: Corringham, T.W. et al. (4 December 2019) "Atmospheric rivers drive flood damages in the western United States" *Science Advances* 5: eaax4631.
- [29] Spencer, R.S. et al. (2019) "Floating Photovoltaic Systems: Assessing the Technical Potential of Photovoltaic Systems on Man-Made Water Bodies in the Continental United States" *Environmental Science & Technology* 53: 1680-1689. For example, in the USA's Southwest, $10,000 \text{ km}^2 \times 0.24 \text{ GW/km}^2 \times 21\% \text{ panel efficiency} = 500 \text{ GW}$, about equal to the world's AD 2018 use! During AD 2019, ratepayers in CA paid 18.32 cents per kWh, Nevadans 11.79 and Arizonans 12.22. Even silicon photovoltaics have disadvantages: service life is short in terms of fundamental reliability since panels are used with essentially little maintenance under harsh climatic regimes. Climate change will probably decrease electricity output of all silicon solar-power installations. SEE: Peters, I.M. and Buonassisi, T. (21 August 2019) "The Impact of Global Warming on Silicon PV Energy Yield in 2100". ArXiv.org posting 1908.00622.
- [30] Taira, T. et al. (10 January 2018) "Monitoring reservoir response to earthquakes and fluid extraction, Salton Sea geothermal field, California" *Science Advances* 4: e1701536. (Iceland's capital, Reykjavik, derives all of its energy from geothermal sources furnished by Nature.)
- [31] Bushman, M. et al. (20 May 2010) "Regional groundwater flow in structurally-complex extended terranes: An evaluation of the sources of discharge at Ash Meadows, Nevada" *Journal of Hydrology* 386: 118-129.
- [32] Bowen, B.B et al. (June 2018) "The Making of a Perfect Racetrack at Bonneville Salt Flats" *The Sedimentary Record*. Pages 4-11.
- [33] Kemp, L. et al. (2022) "Climate Endgame: Exploring catastrophic climate change scenarios" *Proceedings of the National Academy of Sciences* 119: e2108146119.
- [34] Bunge, M. (2008). *Cápsulas*. Barcelona: Gedisa, 255p.



Advanced predator-prey modelling for work and employment scenarios

Brazil in focus

Nilo Serpa · José Roberto Steiner

Received: 25 Jul 2022 / Accepted: 30 Jul 2022 / Published: 06 Nov 2022

Abstract The broad application range of the predator-prey modelling enabled the conjecture that it may be applied to represent the dynamics of the work-employment system in Brazil. The simulations performed showed more chaotic dynamics at the beginning of the time series, tending to less perturbed states, as time goes by, due to public policies and hidden intrinsic system features. Basic Lotka-Volterra approach was revised and adapted to the reality of the study. The aim of this article is to show that the work-employment system in Brazil admits a predator-prey modelling, providing decision makers with generalized theoretical elements that allow to a more accurate and deterministic understanding of the relations between employer and employee in that country.

Keywords Predator-prey model · Chaotic dynamics · Work-employment system · Perturbed states · Evolution

Resumo: O amplo campo de aplicação da modelagem predador-presa permitiu conjecturar que esta pode ser usada para representar a dinâmica do trabalho-emprego no Brasil. As simulações realizadas exibiram uma dinâmica mais caótica no início da série temporal, tendendo a estados menos perturbados, com o passar do tempo, devido às políticas públicas e às características intrínsecas do sistema. A abordagem básica de Lotka-Volterra foi revisada e adaptada à realidade do estudo. O objetivo deste artigo é mostrar que o trabalho-emprego no Brasil admite uma modelagem predador-presa,

Nilo Serpa
Pesquisador, Centro Universitário ICESP, Brasília, Brasil
Tel.: +55(61)99234-0308
E-mail: nilo.serpa@icesp.edu.br

José Roberto Steiner
Cientista de Dados, Grupo Boticário, Brasília, Brasil

forneendo aos tomadores de decisão elementos teóricos generalizados que permitem uma compreensão mais precisa e determinista das relações entre empregador e empregado no país.

Palavras-chave: Modelo predador-presa; dinâmica caótica; trabalho-emprego; estados perturbados; evolução

"Economies possess general ecosystem properties, such as dynamism, evolution, integrity, stability and resilience. Economies are inextricably embedded in larger natural ecosystems, and exchange flows of materials and energy with natural systems".

S. Farber & D. Bradley

1 Prologue

This article was originally divulged in March 2011 as a preprint in the Archives of Cornell University under the tag arXiv:1102.4528v3. It is a mathematically dense work that, most likely for neo-liberal ideological objections, was rejected in one specialized journal. At the time, the reviewer's argument was an inquiring speech about why the prey should be the worker and not the employer, insinuating the idea of the worker as the cause of all socio-economic imbalances. In particular, I believe that it is not the role of the reviewer to judge the merits of an article based on their personal beliefs. However, the rejection created the opportunity to add some detail on the almost obvious reasons for the assumption of the worker as the prey. Eleven years later, after considerable receptivity among economists and econophysicists, CALIBRE now publishes a revised version with some minor corrections. Although the work has not continued for restrictions on the access to the relevant databases, the research premises stay valid, and the robust mathematical model developed remains available for further simulations.

Nilo Serpa



2 Background

The concept of equilibrium in the predator-prey population dynamics has its origins in the works of Lotka (1) and Volterra (2), making the base of several theoretical models of interaction among species, with applications in the context of ecological systems and wildlife management ((4); (14); (15)), including fluctuating environments (16). Particularly, Blasius and Stone (4) were

very benefited by previous works on phase synchronization phenomena in coupled chaotic systems (8). Also, there are generalized approaches of the Lotka-Volterra model (17). There is special interest on the problem of the growth of two populations conflicting with one another, known as "the problem of Volterra" (9). In fact, according to Guerraggio and Paoloni (3), however the American physicist and chemist Lotka had constructed a model formally analogous to that of Volterra, the interests and methodologies were quite different and, until the publication referred to his inaugural lecture of 1901, Volterra didn't know the work of Lotka:

Volterra zitiert Lotka nicht, da er dessen Arbeiten zu diesem Zeitpunkt nicht kennt. Später hat Volterra keine Schwierigkeit, die Verdienste des Kollegen anzuerkennen, auch wenn er einige Unterschiede hervorhebt: "Ich bedauere, das ich in der besagten Abhandlung die interessante Arbeit des Dr. Lotka nicht habe erwähnen können, die verschiedene Anwendungen der Mathematik auf chemische und biologische Fragen enthält" (German traduction from the original in Italian by Manfred Stern)¹

The generality of predator-prey models becomes possible to abstract them from their early ecological roots, and, by analogy, to apply them on a large range of mathematical modelling problems. At the end of the first decade of the current century, it befell to us to investigate the work-employment dynamics in Brazil by the implementation of a predator-prey model. The initial conjecture that established the investigation of a predator-prey symmetry in the work-employment system had, as one of their first motivations, the search for a deterministic model as opposed to the conventional statistical analysis, in our opinion, insufficient for a full understanding of the causal aspects of a sequence of events. It is not the case of a classical application of the standard Lotka-Volterra competition modelling, since the variables storage dissimilarities among population registers, not the populations themselves; this is so because the existing cyclic pattern which entangles the work-employment evolution is much more easily discerned by dissimilar modelling. Besides, while is tempting to discard the standard Lotka-Volterra model as too simplistic, there is a real situation where the detailed and complex dissimilar modelling holds undeniable utility. The aim of this article is to show that the work-employment system in Brazil admits a predator-prey modelling, providing managers with generalized theoretical elements that allow to a more accurate and deterministic understanding of the relations between employer and employee in Brazil. The model started from a simple correlation suggested by the superposition of two time series, one to the number of employed workers, and other to the number of active employers. The entanglement of the two series is analyzed

¹ Volterra did not cite Lotka because he didn't know his work at that time. Later, Volterra has no difficulty in recognizing the merits of his colleague, although he pointed out some differences: "I regret that I was not able to mention the interesting work of Dr. Lotka, which contains different applications of mathematics to chemical and biological questions." (free traduction from the authors).

with the aid of the clustering methodology. In the present article, the abstract analogy with a natural environment is the work market; the employer or corporation plays the rule of the predator; the prey is represented by the worker. The assumption of employers as predators has many reasons:

- The number of employers is much smaller than the number of workers (as in linx-hare, lion-zebra, crocodile-gnu and cheetah-baboon predator-prey relationships).
- Employers handle the number of workers depending on the profit margins which they want, heavily controlling the levels of unemployment.
- Employers often fail to collect the so-called "Guarantee Fund for Time in Service" related to their workers, causing irregularities that hinder the realization of labor rights in the event of contract termination agreement. Moreover, even without a contract being rescinded, the nonpayment of the Guarantee Fund blocks the employee to request it.
- Employers often fail to inform the CAGED (Brazilian abbreviation for General Cadastre of Employment)² on the movement of their staff, resulting in bureaucratic disarray that blocks the access to some labor rights in the event of loss of working papers; furthermore, the fail to inform the CAGED affects the labor statistics.
- Many employers absorb the workforce without formal contracts, depriving workers of their entitlements.
- However the scenario is changing in Brazil, many employers still do not make investments in quality, training employees and providing opportunities for better wages by productivity and capacity. The result is a high turnover, low wages and a working class that never achieves a status of participation on the employer's profits. In sum, we have a highly non-egalitarian society which does not prioritize education and manpower quality. Socially speaking, the predator is who foment social discrepancies and, in present case, they are employers (public or private). That is the point here.

From this point of view, we have not a model based on political preferences, as some watchers would think, but based on hard facts. There is no influence of maniqueist ideas, but simply findings. Paraphrasing Lawson in their studies (11), the offer of labor posts depends on the investment decisions of capitalists (employers), and the investment decisions of capitalists depend on the existing offer of manpower. Thus, since employers impose financial directions on the work market, often indifferent to the zeal for the rights of the working class, creating distortions and furling widespread dissatisfaction, it is reasonable to consider the adopted viewpoint in constructing the model. Obviously, in a more egalitarian society, firmly established on ethics and education, economically viable and with eyes in the future, it would be required a comprehensive review of the basic premises assumed. Also, in face of the facts itemized above, employers appear in many situations to dampen fluctuations in employee populations.

² CAGED is a great database updated monthly and containing all workers and employers in Brazil.

3 Observational premises

The data sources inquired were the CAGED and the RAIS (Brazilian abbreviation for Annual Report of Social Informations), two of the more important corporative databases of the Brazilian Ministry of Work and Employment. First of all we looked for harmonic patterns in the behavior of the working class and active employers. Figure 1 clearly presents the referred pattern in the chosen period (1996-2008). We defined active employer or company as one that updates CAGED every month (presenting or not variation in the number of admitted workers from a certain month to another). Secondly, we verify the presence of lags between the harmonic patterns of both series. This feature is also clearly visible in figure 1, with relaxation of the system all along the last fifty months. Table 1 shows a segment of the CAGED for the first year of the time series considered in present study.

Table 1: aggregate data of the CAGED database.

Period	Balance workers	Workers	Active employers
01/1996	-12.626	23.743.110	336.946
02/1996	-4.094	23.739.016	334.349
03/1996	10.003	23.749.019	359.248
04/1996	118.918	23.867.937	349.273
05/1996	172.930	24.040.867	344.896
06/1996	115.028	24.155.895	326.832
07/1996	68.920	24.224.815	338.098
08/1996	46.937	24.271.752	339.688
09/1996	88.964	24.360.716	327.525
10/1996	19.466	24.380.182	329.672
11/1996	-15.899	24.364.283	308.009
12/1996	-258.516	24.105.767	298.644



The original Lotka-Volterra predator-prey model makes several simplifying assumptions; it was adapted in many ways, as we may see in the vast literature on predator-prey interactions from which the authors selected some of the more important publications (see references). In many cases the former assumptions are relaxed or rearranged to fit some particular dynamics. It seems that the predator-prey model matches, at least conceptually, the work-employment scenario, as it is very reasonable to admit that employers and workers are, after all, two populations conflicting with one another. Since the formulations of Karl Marx — with the analysis of the conflicts between worker and employer, and the entailments of such conflicts with structural elements formed by the connections among politic, social and economic plains — we understand that conflicts belong to the dialectic nature of the capitalist work relations. Also Richard Goodwin, in a different approach, found in Marx arguments conceptual resemblances that lead to his predator-prey dynamic model (12).

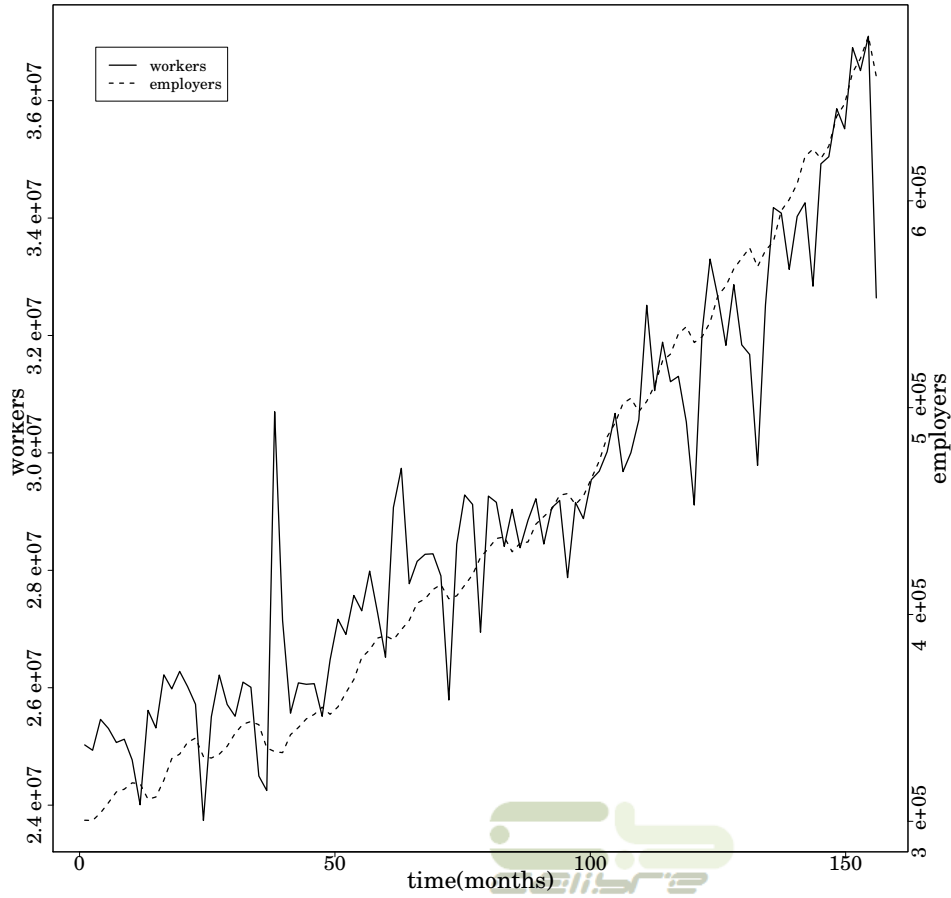


Figure 1: harmonic patterns from workers (full line) and active employers (dashed line). The phase difference is clear in most of the peaks and valleys, especially in the fifty more recent months.

4 Methods and simulations

4.1 Formal representation

As in the problem of Volterra, there exist circumstances inherent to the work-employment market (the environment of the theory) — for instance, those that depend on the changes of the global market caused by the influence of climatic fluctuations in the seasons, which lead to forced oscillations in production, or by politic crisis affecting one or more nations — that causes oscillations in the number of individuals at different profiles (employer and employee). Many of those circumstances are periodic, including politic ones, and clearly follow

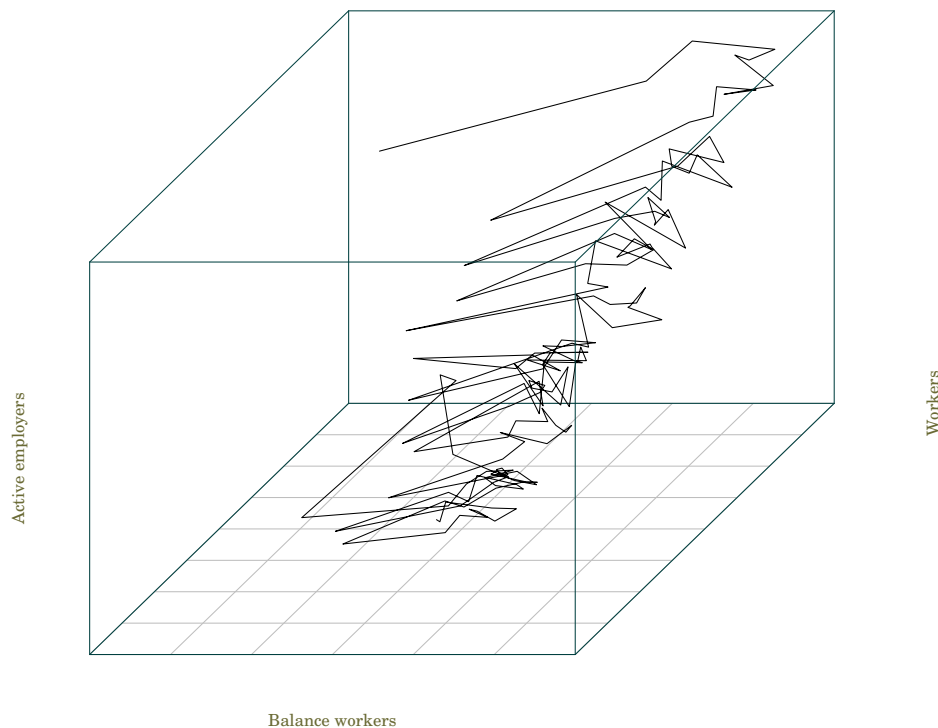


Figure 1-a: *the relationship of workers, active employers and balance of workers.*

rigorously deterministic representation, on the contrary of the mathematical models that engage tools of probability and statistics.

The pertinent information such a model can render is whether or not population abundances tend to an equilibrium at which both, workers and employers, will coexist and survive with few conflicts. The adopted model was based on the approach of Blasius and Stone (4) about oscillations with Uniform Phase Evolution and Chaotic Amplitudes (UPCA). An ecological UPCA model was chosen because it is suitable for treatment of two correlated periodic phenomena with chaotic amplitude varying in time, however, almost constant amplitude-independent frequencies as hinted in Figure 1. We applied the model to investigate the complex temporal phase synchronization in work-employment system at Brazil. In other words, our approach was based on the theory of synchronization of chaotic oscillations, defined in the most general case (5) as the entanglement between the phases of two coupled systems, while the amplitudes stay over chaotic regime in time. The real entanglement of phases in predator-prey relationships is much more complex than one could

suppose at first. As pointed out by Holling, predator-prey interactions have shown that, in some cases of population densities, predators may control the number of preys, but this is not true to all density cases (5). However in Figure 1 populations grow and fluctuate in a net periodic way, the tests on the tangle between these populations goes far beyond the simplicity of that plot, as the reader can see in Figure 1-a. The balance of workers is a finite difference that indicates whether the work-employment scenario is favorable or not to the employee, and to what degree; it reflects the potential of the environment (work market) to sustain the system evolving, by analogy with the available natural resources in an ecological niche. In other words, if the balance is negative we believe that there is a retraction of work market to support occupied posts and, virtually, active employers. It is a variable that provides additional qualitative (positive or negative sign) information. Figure 1-a shows the active employers/workers-balance of workers relationship, illustrating the potential oscillations in these populations. The analysis of finite differences gives in general better information than punctual quantities taken one by one. A classic example from thermodynamics is the growth of entropy. Indeed, the point value of entropy would add little or no information, since entropy is a magnitude that increases monotonically until it reaches a transient value (equilibrium). Thus, what matters is the change in entropy between two transient states of a system. The Lotka-Volterra-Serpa differential equations consider a state vector formed by the product between a geometric tracing vector and a dissimilarity vector of observables. We use pairwise dissimilarities between registers instead of the quantities directly stored in data base just to compute the relative differences which are really cyclic all along the time series. That is the basic difference from the classical Lotka-Volterra approach. The dissimilarity matrix was made from the monthly populations of active employers and workers, and from the monthly balance of workers. This matrix computes all the pairwise dissimilarities (or "distances") between observations in the CAGED data set by means of the DAISY algorithm (13), that executes mixed measurements. We assume that the pairwise differences computed from the time registers determine the dynamical configuration of the system. Thereby, our model has three differential equations, one for the dissimilarity of balance of workers u (resources), one for the dissimilarity of workers v (preys) and one for the dissimilarity of active employers w (predators), such as

$$\begin{cases} \dot{u} = a.u.u_o - \alpha_1.f_1(u.u_o, v.v_o, k_1) \\ \dot{v} = -b.v.v_o + \alpha_1.f_1(u.u_o, v.v_o, k_1) - \\ \quad -\alpha_2.f_2(v.v_o, w.w_o, k_2) \\ \dot{w} = -c.(w.w_o - w^\dagger) + \alpha_2.f_2(v.v_o, w.w_o, k_2), \end{cases} \quad (1)$$

where f_1 and f_2 represent either the Lotka-Volterra term $f_i(x, y) = xy$ or the Holling type II term $f_i(x, y) = xy/(1 + k_i x)$, and $w^\dagger$ denotes the minimum level of existent employers dissimilarity when there is scarcity of workpower or doldrums. The overdot indicates differentiation with respect to time. The quantities a , b and c are growth rates of balance of workers, workers, and employers respectively. The Holling type II functional response (5) introduces

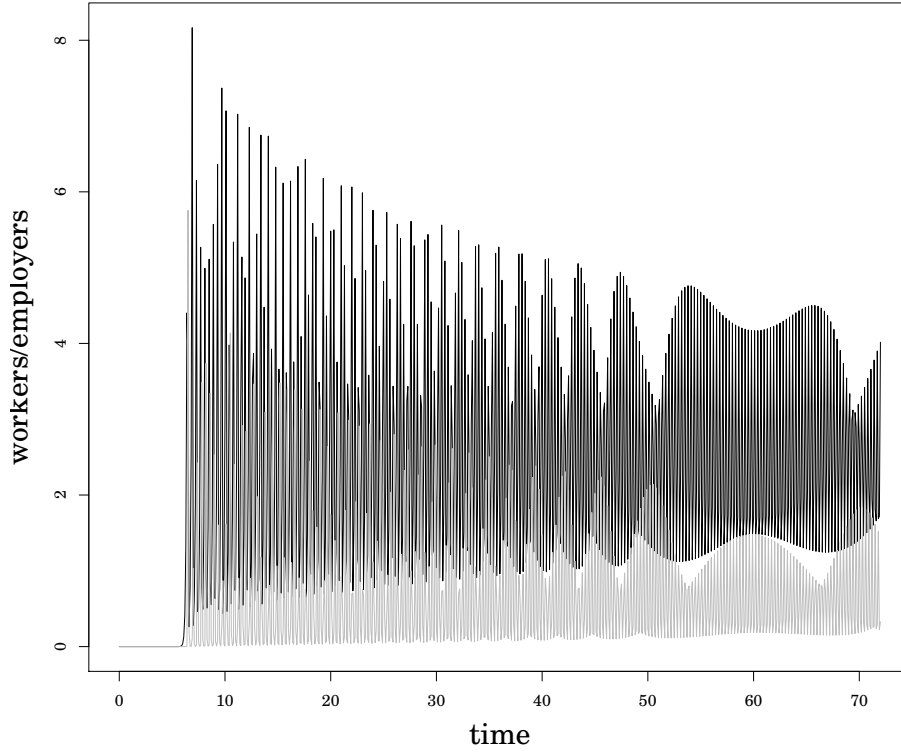


Figure 2: UPCA oscillations of employer (grey) and worker (black) dissimilarities with initial time-delayed growth ($\alpha_2 = 1.0$).

a decelerating intake rate related to the assumption that the dissimilarities of active employers is limited by its capacity to regulate dissimilarities of workers. Comparing to the original equations applied by Blasius,

$$\begin{cases} \dot{u} = a.u - \alpha_1.f_1(u, v, k_1) \\ \dot{v} = -b.v + \alpha_1.f_1(u, v, k_1) - \alpha_2.f_2(v, w, k_2) \\ \dot{w} = -c.(w - w^\dagger) + \alpha_2.f_2(v, w, k_2), \end{cases}$$

the reader can see that we merge variables u, v, z with u_0, v_0, z_0 and this changes the final geometric form of the system integration according to de observed data. Figure 5-b shows an example of UPCA oscillations. In our model, the positive constant k_2 measures the carrying capacity of employers to absorb manpower; the positive constant k_1 measures the carrying capacity of the work market to accept new workers. As pointed out by Kenneth Arrow and colleagues (7),

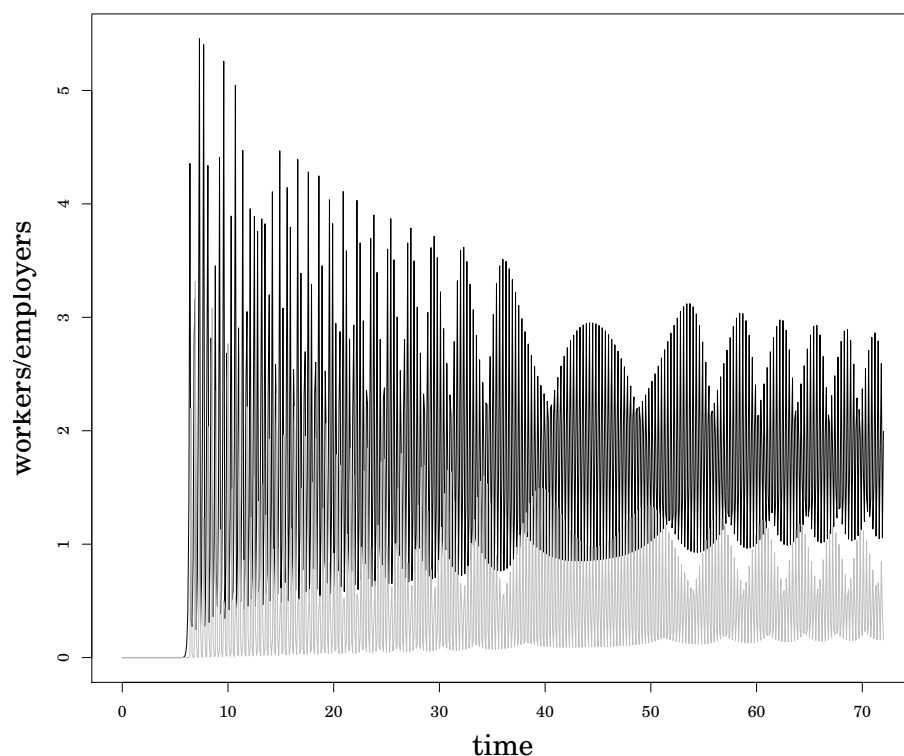


Figure 3: UPCA oscillations of employer (grey) and worker (black) dissimilarities with initial time-delayed growth ($\alpha_2 = 1.4$).

"Carrying capacities in nature are not fixed, static, or simple relations. They are contingent on technology, preferences, and the structure of production and consumption. They are also contingent on the everchanging state of interactions between the physical and biotic environment. A single number for human carrying capacity would be meaningless because the consequences of both human innovation and biological evolution are inherently unknowable".

So, it is interesting to investigate what would happen for work-employment scenarios with very low carrying capacity of employers to create new posts. For instance, if we take $k_2 = 0$ we means that the employers are saturated or temporarily disabled to open new posts, although k_1 remains greater than zero, that is, the work market remains in flux, but mainly due to high turn over. The contents of the differential variables were defined by means of the

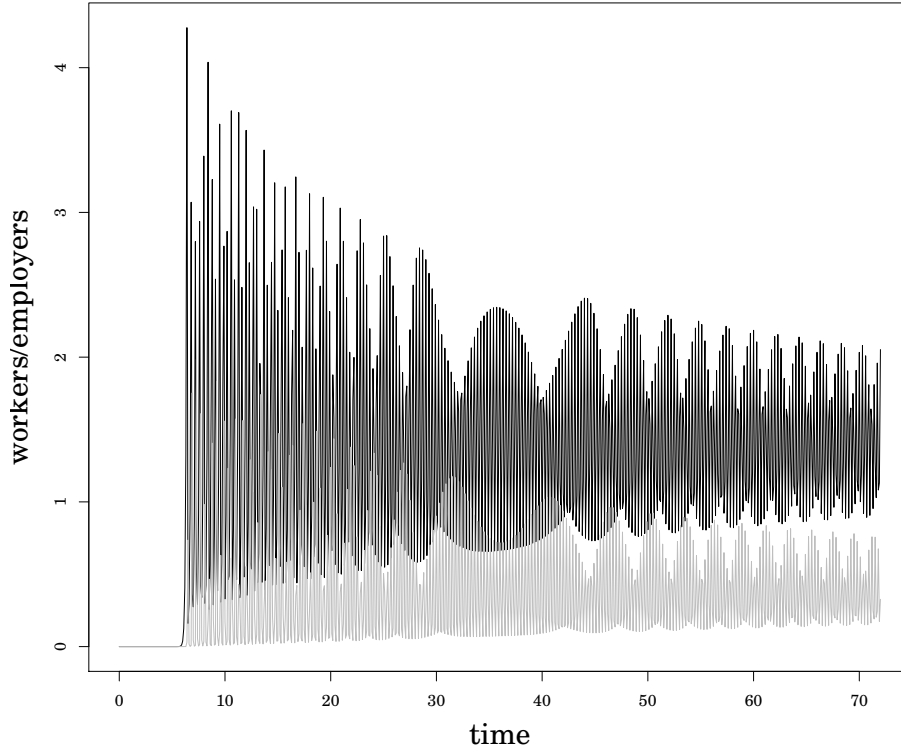


Figure 4: *UPCA oscillations of employer (grey) and worker (black) dissimilarities with initial time-delayed growth ($\alpha_2 = 1.8$).*

vectors,

$$\begin{aligned} V(u &:= \omega[1], v := \omega[2], w := \omega[3]), \\ U(u_o &:= \Pi[\delta, 1], v_o := \Pi[\delta, 2], w_o := \Pi[\delta, 3]), \end{aligned} \quad (2)$$

being $\omega[j]$ (j in $[1, 2, 3]$) the geometric components describing the state trajectories and $\Pi[\delta, j]$ the j dissimilarity components between observations with δ registers calculated according to the definition of Euclidian distance, that is,

$$\Pi[\delta, j] \propto \left(\sum_{\kappa=1}^d |x_{\delta\kappa} - x_{j\kappa}|^r \right)^{1/r}, \quad (3)$$

where d is the phase space dimensionality; $x_{\delta\kappa}$ and $x_{j\kappa}$ are, respectively, the κ -th components of the δ -th and j -th registers.

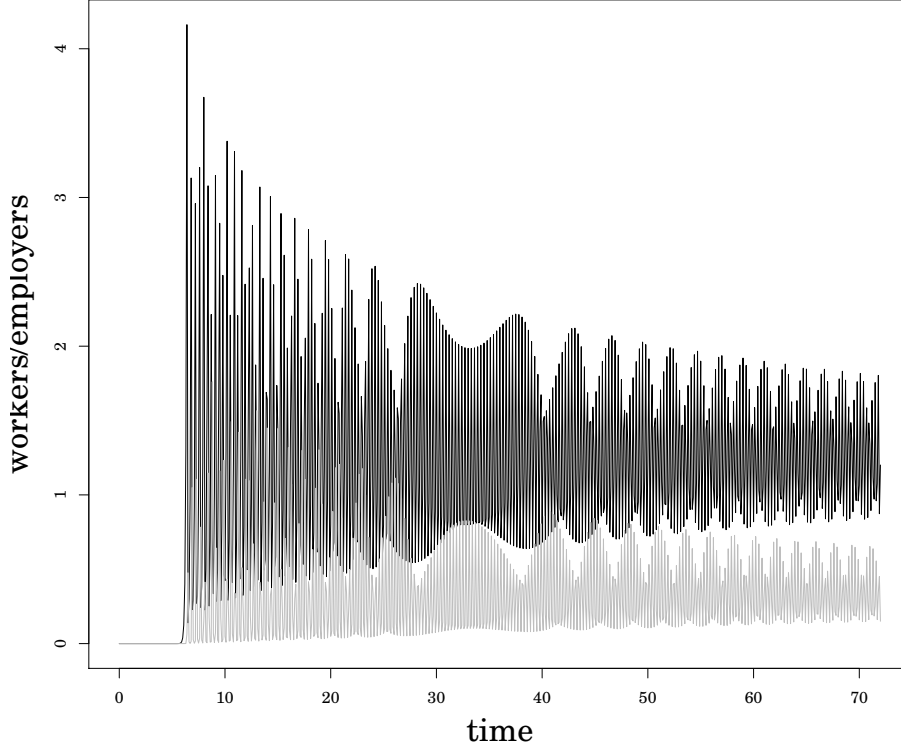


Figure 5: *UPCA oscillations of employer (grey) and worker (black) dissimilarities with initial time-delayed growth ($\alpha_2 = 2.0$).*

4.2 The equilibrium condition

No changes with respect to time in populations and resources, or in their dissimilarities, are represented by setting the equations equal to zero. So, the equilibrium condition for the system (1) requires,

$$\begin{cases} a.u.u_o - \alpha_1.f_1(u.u_o, v.v_o, k_1) = 0 \\ -b.v.v_o + \alpha_1.f_1(u.u_o, v.v_o, k_1) - \\ -\alpha_2.f_2(v.v_o, w.w_o, k_2) = 0 \\ -c.(w.w_o - w^\dagger) + \alpha_2.f_2(v.v_o, w.w_o, k_2) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Introducing the term of Lotka-Volterra (the simplest one), the equilibrium — where the dissimilarities of active employers, resources and workers do not vary — leads to,

$$\begin{cases} a.u.u_o - \alpha_1.u_o.v_o.u.v = 0 \\ -b.v.v_o + \alpha_1.u_o.v_o.u.v - \alpha_2.v_o.w_o.v.w = 0 \\ -c.(w.w_o - w^\dagger) + \alpha_2.v_o.w_o.v.w = 0 \end{cases} \quad (5)$$

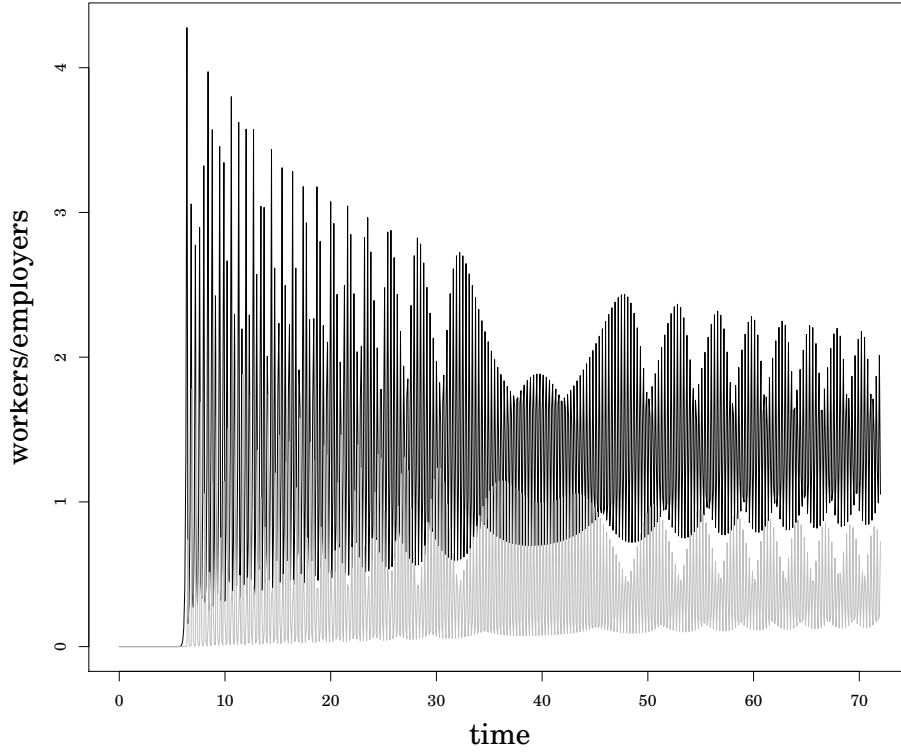


Figure 5-a: *UPCA oscillations of employer (grey) and worker (black) dissimilarities with initial time-delayed growth and $k_2 = 0.00008$ ($\alpha_2 = 1.8$).*

From the first equation we obtain, whereas population dissimilarity shall be never equal to zero,

$$u.(a.u_o - \alpha_1.u_o.v_o.v) = 0, \quad (6)$$

$$a.u_o - \alpha_1.u_o.v_o.v = 0, \quad (7)$$

$$v = \frac{a.u_o}{\alpha_1.u_o.v_o} = \frac{a}{\alpha_1.v_o}. \quad (8)$$

Taking the third equation we get,

$$-c.w.w_o + c.w^\dagger + \alpha_2.v_o.w_o.v.w = 0, \quad (9)$$

$$w(-c.w_o + \alpha_2.v_o.w_o.v) = -c.w^\dagger, \quad (10)$$

$$w = \frac{-c.w^\dagger}{-(c.w_o - \alpha_2.v_o.w_o.v)} = \frac{c.w^\dagger}{c.w_o - \alpha_2.v_o.w_o.v}. \quad (11)$$

Finally, taking the second equation it follows,

$$\alpha_1.u_o.v_o.u.v = \alpha_2.v_o.w_o.v.w + b.v.v_o, \quad (12)$$

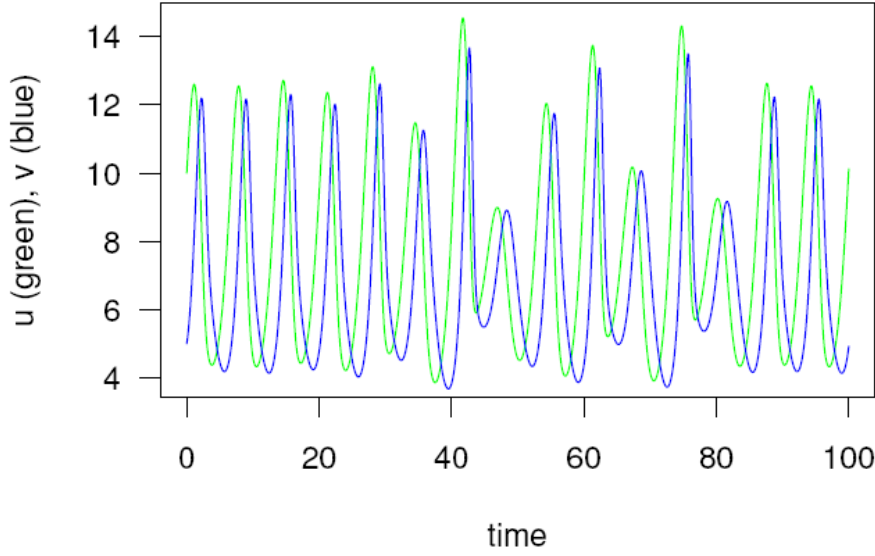


Figure 5-b: *simple UPCA oscillations by Blasius et al. for variables u and v .*

$$u = \frac{\alpha_2.v_o.w_o.v.w + b.v.v_o}{\alpha_1.u_o.v_o.v}, \quad (13)$$

$$u = \frac{\alpha_2.w_o.w + b}{\alpha_1.u_o}. \quad (14)$$

Substituting the value of w given by equality (11), it comes,

$$u = \left(\alpha_2.w_o \cdot \frac{c.w^\dagger}{c.w_o - \alpha_2.v_o.w_o.v} + b \right) \frac{1}{\alpha_1.u_o}, \quad (15)$$

$$u = \left(\frac{\alpha_2.c.w^\dagger}{c - \alpha_2.v_o.v} + b \right) \frac{1}{\alpha_1.u_o}, \quad (16)$$

$$u = \frac{\alpha_2.c.w^\dagger + b.(c - \alpha_2.v_o.v)}{\alpha_1.u_o.(c - \alpha_2.v_o.v)}. \quad (17)$$

Now, applying the result set by expression (8), we have,

$$u = \left[\alpha_2.c.w^\dagger + b \cdot \left(\frac{\alpha_1.c - \alpha_2.a}{\alpha_1} \right) \right] \frac{1}{u_o.(c - \alpha_2.a)}, \quad (18)$$

$$u = \frac{\alpha_1.\alpha_2.c.w^\dagger + b.(c - \alpha_2.a)}{\alpha_1.u_o.(c - \alpha_2.a)}. \quad (19)$$

For the term of Holling type II, that is,

$$\begin{aligned} f_1 &= u.u_o.v.v_o / (1 + k_1.u.u_o), \\ f_2 &= v.v_o.w.w_o / (1 + k_2.v.v_o), \end{aligned} \quad (20)$$

the equilibrium sets,

$$\begin{cases} a.u.u_o - \alpha_1.u.u_0.v.v_0 / (1 + k_1.u.u_0) = 0 \\ -b.v.v_o + \alpha_1.u.u_0.v.v_0 / (1 + k_1.u.u_0) - \\ -\alpha_2.v.v_0.w.w_0 / (1 + k_2.v.v_0) = 0 \\ -c.(w.w_o - w^\dagger) + \alpha_2.v.v_0.w.w_0 / (1 + k_2.v.v_0) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

The system becomes much more complex. Nevertheless, we fix $k_2 = 0$, meaning that the employers are temporarily disabled to open new posts, which determines the solution as it follows. The second equation leads to,

$$w = \frac{\alpha_1.u.u_0 / (1 + k_1.u.u_0) - b}{\alpha_2.w_0}. \quad (22)$$

The first equation gives,

$$a = \alpha_1.v.v_0 / (1 + k_1.u.u_0), \quad (23)$$

$$a.(1 + k_1.u.u_0) = \alpha_1.v.v_0, \quad (24)$$

$$1 + k_1.u.u_0 = \frac{\alpha_1.v.v_0}{a}, \quad (25)$$

$$u = \frac{\alpha_1.v.v_0 - a}{u_0.a.k_1}. \quad (26)$$

Finally, the third equation sets v as,

$$\alpha_2.v.v_0.w.w_0 / (1 + k_2.v.v_0) = c.(w.w_o - w^\dagger), \quad (27)$$

$$v = \frac{c.(w.w_o - w^\dagger)}{\alpha_2.v_0.w.w_0}. \quad (28)$$

5 Discussion

Insecurity generated by the employers and the work market, over many years of restructuring and adjustment to globalization as the Nineties, led to an exacerbation of individualism. Competition became more dominant than co-operation. Fear and instability certainly promoted higher levels of depression, while millions of people reached the productive age, pressing more and more the formal work market. Moreover, due to the neo-liberal offensive (1980-1990) to the resumption of the "Theory of Human Capital", backed by Gary Becker, the wage differences came to be seen as responsibility of the worker himself, who thus became the chief culprit for all economic ills. The spreading of innovations due to technological changes (the convergence of information technology and telecommunications, and the continuing cost reductions) greatly affected the rate of hiring as a function of the resizing of the human effectives face to an accelerated automation. Also, Security in all the countries that care about

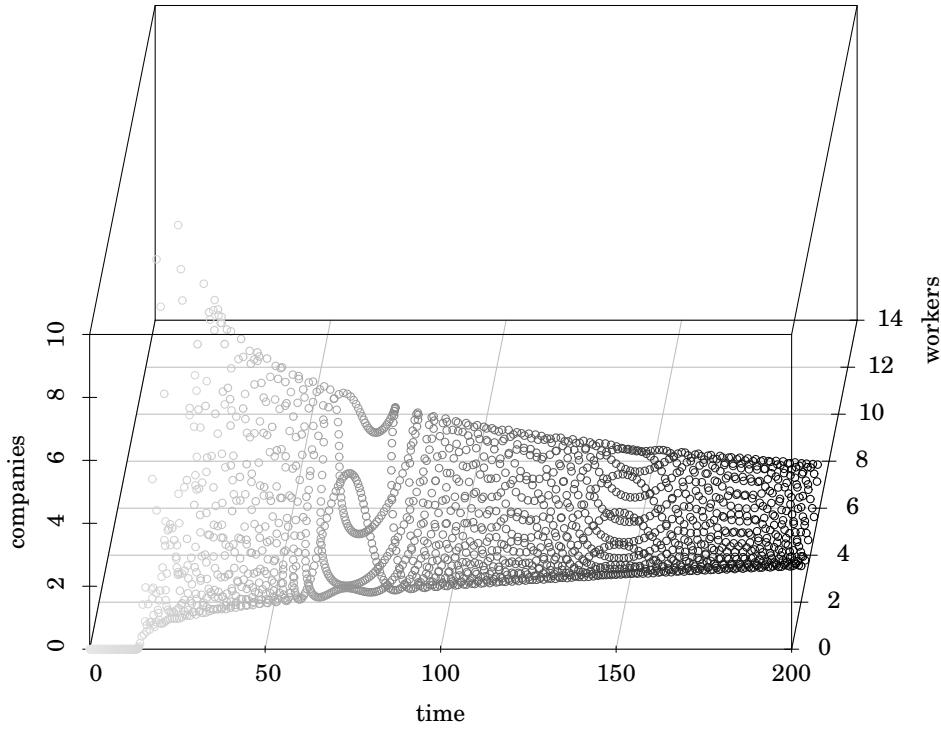


Figure 6: *the system in three-dimensional phase space.*

their retirees does not support the significant increase in life expectancy, discouraging retirements and thus retaining work posts occupied for much longer. All these factors contributed to a more chaotic work-employment scenario in Brazil from mid-1990 until about 2002 and they corroborate the interpretation of the plots. Many simulations are performed with vector V describing the geometry of the dynamics (theoretical), intrinsic to the nature of the system itself, and vector U storing the measurable content (observational) of the dynamics. For the more realistic Holling type II functional response, with $k_2 = 0$, figures 2, 3, 4 and 5 show graphics of the general propensity of the system to less chaotic states accordingly the values 1.0, 1.4, 1.8 and 2.0 of the population interaction parameter α_2 . Figure 5-a shows similar patterns for $k_2 = 0.00008$. Note that in all these figures there is a transition state to the phase of greater relaxation of the system. The great phase transition occurs close to the middle of the time series, from which the system goes on a relaxation stage. Comparing figures 1 and 5, the best fit really seems to be for

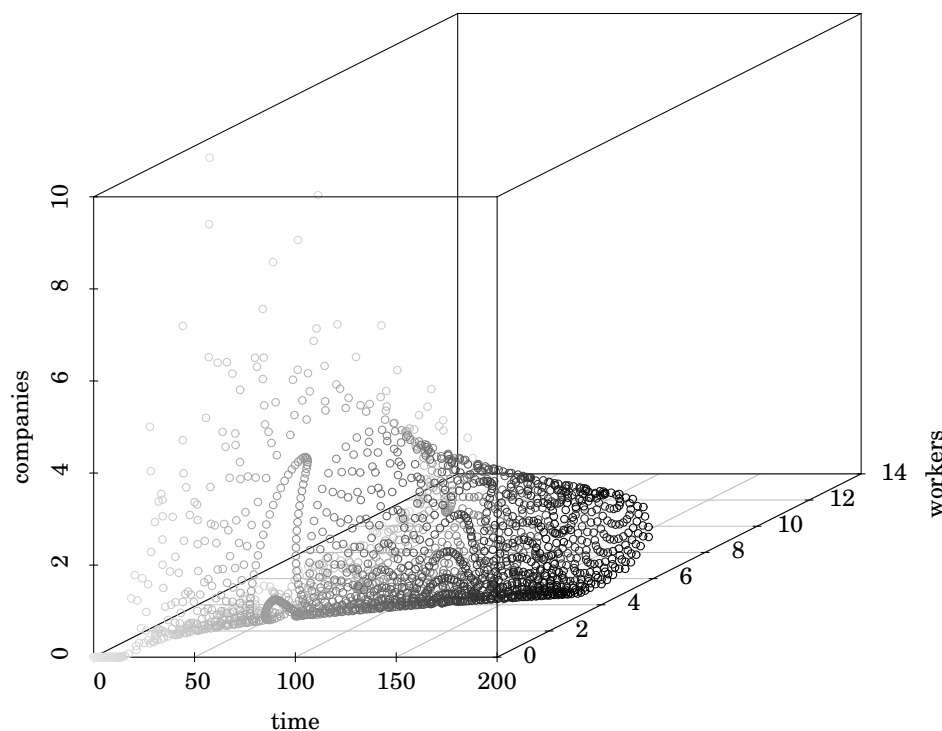


Figure 7: *another vision of the same system.*

$\alpha_2 = 2.0$ with phase transition around the zone between 50 and 100 months in figure 1. Figures 6 and 7 show the system's phase space for $\alpha_2 = 1.0$. The exact fitting of this parameter is a matter of more studies, since predator-prey stability could come from many factors, such as migration of manpower, employers self-limiting their staffs, seasonal recruitment due to foreseen peaks of sales, and so on, in the same way as pointed out by Andrzej Pekalski (6) in biological systems.

6 Conclusion

This study identified a predator-prey pattern in the work-employment system. The central equations applied are modified versions of those studied by Blasius *et al*, introducing pairwise dissimilarities between observations as a way to identify cyclic behaviors in the system. For carrying capacity $k_2 = 0$,

simulations showed trajectories with initial chaotic behavior and tendency to final states of greater relaxation, which means that, even with zero carrying capacity of employers, the dynamics of the work-employment system in Brazil has demonstrated, during an interval of 12-15 years, propensity to adjusting to less chaotic regimes. In part, this is due to the great migration to solidary economy and autonomous work in the early years of the 20th century. Present article analyzed the system dynamics under the interpretation of the population interaction parameter α_2 as an index of the convergence between the aims of employers and workers or as an index of the equilibrium created by lower demand for formal employment. Of course, interactions and proliferation of workers and employers are not easily controlled, but the captation of manpower is a variable that may be monitored and partially governed by public policies. Moreover, as Grafton and Echenique (10) pointed out, we have the problem to choose the more appropriate ecological model to describe the situation in study. In our opinion, as more is learned about the system, we must change adaptively the model in order to lower uncertainty. Far from exhausting the subject, it is clear that in its general form the model represents reasonably well the dynamics of predator-prey for the work-employment system in Brazil. However, since our results stem from populist policies, and not permanent governmental social programs, the relative stability will become unsustainable. More recent data probably will show a very similar scenario to the early years of the time series. Therefore, further studies are necessary in order to test the model over the next few decades of the ongoing century.



7 Acknowledgements

The authors acknowledge Dr. Sergio Alves Cotia for their comments on the original manuscript and for his integral support to this work.

References

1. Lotka, A., Elements of physical biology. Williams and Wilkins, Baltimore(1925).
2. Volterra, V., Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie. , Paris (1931).
3. Guerraggio, A. and Paoloni, G., Vito Volterra. Birkäuser, Springer Basel AG (2011).
4. Blasius, B. and Stone, L., Chaotic waves and phase synchronization in spatially extended ecological systems, in D. S. Broomhead, E. A. Luchinskaya, P. V. E.

- McClintock and T. Mullin, eds., *Stochaos: stochastic and chaotic dynamics in the lakes*, American Institute of Physics, Woodbury, NY, 5102:221-225 (1999).
5. Holling, C. S., The components of predation as revealed by a study of small-mammal predation of the European pine sawfly, *Canadian Entomologist* 91: 293-320 (1959).
 6. Pekalski, A., A short guide to predator-prey lattice models, *Computer Simulations, Computing in Science & Engineering* (2004).
 7. Arrow, K. et al., Economic growth, carrying capacity, and the environment, *Science*, vol. 268 (1995).
 8. Rosenblum, M. et al., *Phys. Rev. Lett.*, 76, 1804 (1996).
 9. Davis, H., *Introduction to nonlinear differential and integral equations*. United States Atomic Energy Commission, Washington-DC (1960).
 10. Grafton, R. and Silva-Echenique, J., How to manage nature? strategies, predator-prey models, and chaos, *Marine Resource Economics*, vol. 12, 127-143 (1997).
 11. Lawson, T., Reorienting economics: on heterodox economics, the mata and the use of mathematics in economics, *Journal of Economic Methodology* 11: 329-340 (2004).
 ... Lawson, T., The (confused) state of equilibrium analysis in modern economics: an explanation, *Journal of Post Keynesian Economics* 27: 423-444 (2005).
 ... Lawson, T., The nature of heterodox economics, *Cambridge Journal of Economics* 30: 483-505 (2006).
 12. Goodwin, R., A growth cycle, in Feinstein, C.H. (ed.), *Socialism, capitalism and economic growth*, Cambridge University Press, Cambridge, (1967).
 13. Kaufman, L. and Rousseeuw, P., *Finding groups in data: an introduction to cluster analysis*. Wiley, New York (1990).
 14. Caughley, G. and Sinclair, A., *Wildlife ecology and management*. Blackwell Science Ltd, Melbourne (1994).
 15. Earn, D. et al., A simple model for complex dynamical transitions in epidemics, *Science* 287, 667-670 (2000).
 16. Spencer, P. and Collie, J., Patterns of population variability in marine fish stocks, *Fisheries Oceanography*, 6:188-204 (1997).
 17. Tu, P. and Wilman, E., A generalized predator-prey model: uncertainty and management, *Journal of Environmental Economics and Management* 23, 123-138 (1992).

